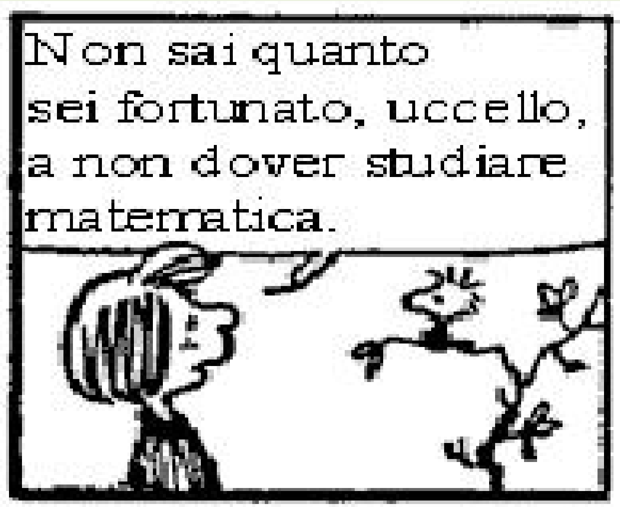
DIDATTICA DELLA MATEMATICA E DSA

Quali strategie didattiche e strumenti compensativi favoriscono l’apprendimento della matematica?

A cura di: Pamela Cappellazzi



«Non spaventarti delle difficoltà che incontri in matematica,

ti posso assicurare che le mie sono ancora più grosse» (Albert Einstein)

Disturbo o difficoltà?

Utilizzando le parole della dott. Daniela Lucangeli, professore ordinario di Psicologia dello Sviluppo, Università di Padova:

"per **difficoltà di apprendimento** si intendono tipologie di problematiche scolastiche che possono impedire, ostacolare o semplicemente rallentare il normale processo dell'apprendere".

Non sono dunque difficoltà associabili a patologie, ma riguardano sia lo studente (caratteristiche della personalità, stile di vita, motivazione) che il contesto (caratteristiche socioculturali dell'ambiente, aspetti familiari, qualità dell'istituzione scolastica).

Altra cosa invece sono i:
"**disturbi specifici dell'apprendimento**", che, nella quasi totalità dei casi, sono di natura congenita e che "rappresentano una sorta di elemento costitutivo che accompagna il bambino fin dalle prime fasi del suo apprendimento".
In questo caso il bambino "deve acquisire nuove abilità, come lettura, scrittura e calcolo, partendo da un assetto neuropsicologico che non favorisce l'apprendimento naturale di quei costrutti".

Gli obiettivi della rieducazione e dell'intervento sono necessariamente differenti.

RIASSUMENDO:

DIFFICOLTA’	DISTURBO
I ragazzi che hanno **difficoltà** possono: -attraversare fasi transitorie, - presentare ritardi nelle acquisizioni di competenze, -risentire dell’inefficacia dei metodi d’insegnamento, -migliorare sensibilmente con trattamenti mirati.	I ragazzi che hanno **disturbo** presentano: -intelligenza generale nella norma, -assenza di deficit neurologici e sensoriali, -frequenza scolastica e istruzione adeguata - i trattamenti mirati producono miglioramenti con maggiore difficoltà.

Quando si parla di DISCALCULIA?

Se si ha a che fare con un "<u>Disturbo specifico dell'apprendimento, in assenza di ritardo mentale o altre patologie neurologiche</u>, con compromissione del calcolo."

Quindi difficoltà col concetto di numero, di memorizzazione di fatti aritmetici, calcolo non accurato e fluente e difficoltà nel ragionamento matematico corretto.

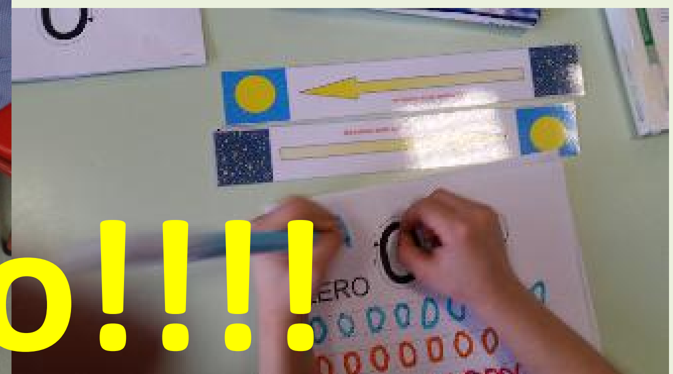
(dal DSM-5, *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, è un manuale diagnostico tra i più utilizzati da medici, psichiatri e psicologi di tutto il mondo, sia nella pratica clinica che nell'ambito della ricerca)

Quando ci si accorge che un bambino presenta un disturbo delle abilità matematiche?

In genere ci si accorge all'ingresso alla scuola primaria. Il problema però risale ad un periodo anteriore e potrebbe essere individuato anche attraverso dei segnali già alla scuola dell'infanzia.

Il consiglio è quindi quello di inviare quanto prima i bambini ai servizi perché si possa mettere correttamente a fuoco il problema.

E’ possibile <u>diagnosticare</u> la discalculia già alla Scuola dell’Infanzia?

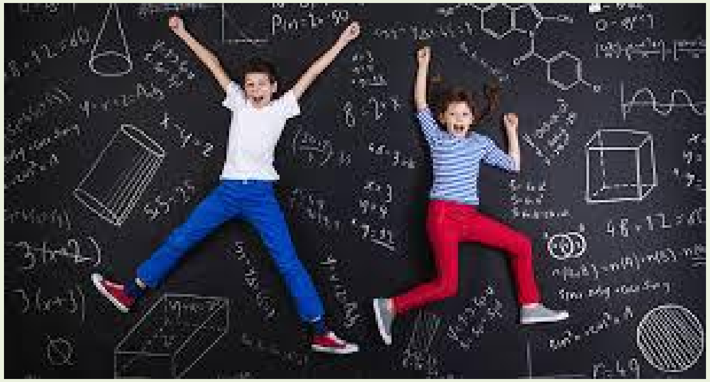


No!!!!

Si possono però mettere in atto delle strategie di potenziamento delle abilità matematiche di base dopo aver approfondito la conoscenza dei processi che non funzionano come dovrebbero (classificazione, seriazione, riordino di sequenze, confronto di quantità….) attraverso la somministrazione di batterie di Test appositi.

La segnalazione di un sospetto va fatta quanto prima.

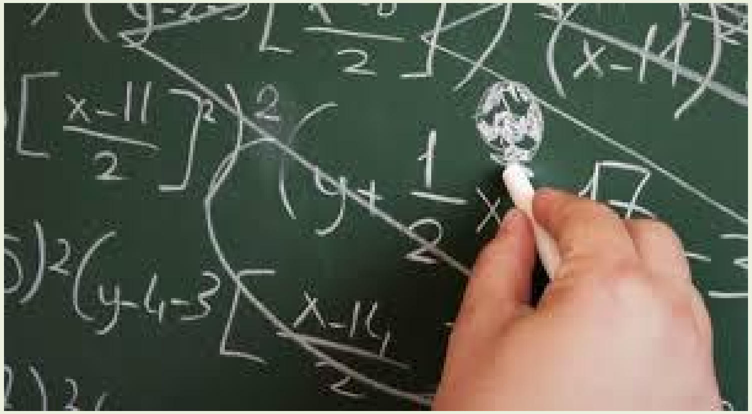
Allora quando è opportuno <u>certificare</u> la discalculia?



I terapisti non certificano la Discalculia prima della fine del 3° anno della scuola primaria, in modo che gli apprendimenti siano ben consolidati. Il livello intellettivo deve essere nei limiti della norma, non inferiore al valore 85.

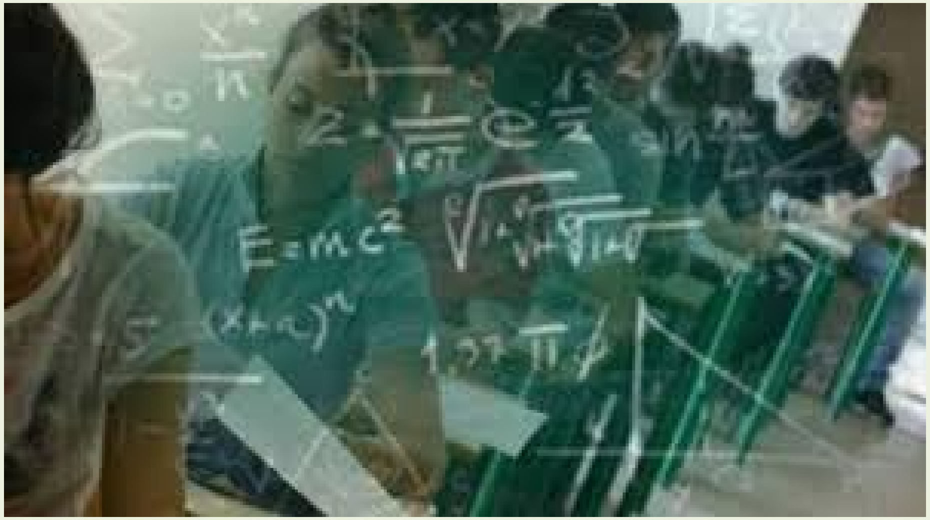
Non tutti i ragazzi con DISCALCULIA vengono riconosciuti entro la terza classe della scuola primaria!

Anche la scuola secondaria <u>ha il compito di verificare</u> se gli studenti che dimostrano difficoltà in questo ambito siano da indirizzare ai servizi per eventuali valutazioni.



Qual è l'incidenza di tale disturbo nella popolazione scolastica?

- Secondo l'International Academy for Research in Learning Disabilities solo il **2,5%** della popolazione scolastica mostrerebbe **difficoltà matematiche** (25 su 1000) in commorbilità con altri disturbi e soltanto lo **0,5%** mostrerebbe **discalculia evolutiva vera e propria** (5 su 1000).



Situazione in Italia nella scuola primaria

Mediamente su una classe di 25 alunni si hanno

- 5 bambini per classe con **difficoltà di calcolo**
- 5-7 bambini per classe con **difficoltà di soluzione dei problemi**

e sono più del 20% della popolazione scolastica

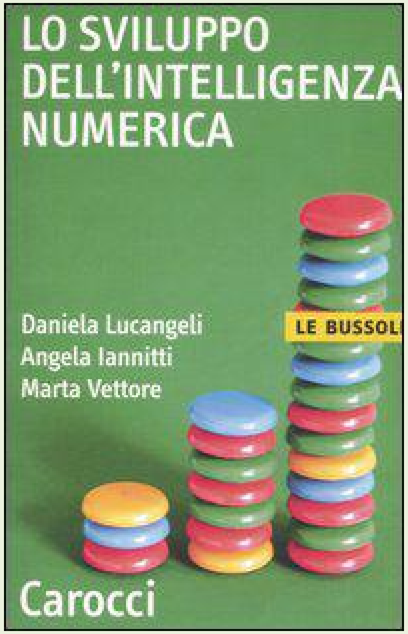
Alla fine della scuola superiore

Solo il 20% ha adeguate capacità di calcolo

INTELLIGENZA NUMERICA

Intelligere (comprendere, apprendere) attraverso la quantità

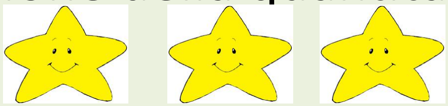
Oggi la ricerca ci dice che



È innata

potenziamento tramite istruzione dei processi dominio specifici

Meccanismi dominio-specifici

Meccanismi Semantici
(regolano la comprensione della quantità)
(3 = 

Meccanismi Lessicali
(regolano il nome del numero)
(1 – 11- 23)

Meccanismi Sintattici
(Grammatica Interna = Valore Posizionale delle Cifre)

Esempio	da	U	la posizione
	1	3	cambia nome
	3	1	e semante

DISCALCULIA EVOLUTIVA
TIPOLOGIE (C. Temple 1991)

Dislessia per le cifre	**Discalculia procedurale**	**Discalculia per i fatti aritmetici**
Incompetenza lessicale sia in comprensione che in produzione	Difficoltà nell'acquisizione di procedure o algoritmi di calcolo	Difficoltà nell'immagazzinamento di fatti numerici
Errori di lessico -vede 4 e pronuncia 7 -pensa 15 e pronuncia 13 Errori di sintassi -vede 30 e pronuncia 300 -vede 31 e lo considera uguale a 13	Errori nell'**acquisizione** e nell'**applicazione** delle procedure e degli algoritmi implicati nel sistema di calcolo La soluzione di problemi e la geometria richiedono operazioni di calcolo.	Risulta compromessa l'acquisizione dei fatti numerici all'interno del **sistema di calcolo** (vedi tabelline, calcoli a mente automatizzati tipo 8+2, non impara le sequenze all'indietro….)

Non dimentichiamo poi gli errori dovuti alle difficoltà VISUO-SPAZIALI
(per esempio difficoltà nel riconoscimento dei segni di operazione, orientamento nello spazio….)


I MIGLIORI
Insegnanti
SONO QUELLI CHE TI INDICANO DOVE
guardare
MA NON TI DICONO COSA
vedere

Di che cosa hanno bisogno gli studenti?

Hanno bisogno di **INSEGNANTI**

che

COMPRENDANO LE LORO DIFFICOLTÀ

che

CONOSCANO LE STRATEGIE

PER AIUTARLI

ma

che guidino lo studente ad essere consapevole delle proprie difficoltà.

Ruolo della didattica

La difficoltà non è nella capacità di apprendimento, ma nelle capacità di utilizzare i normali strumenti per accedere all’apprendimento

Obiettivo della personalizzazione

IL PIÙ POTENTE È L'INSEGNANTE !

Aiutare i ragazzi a sfruttare al meglio le risorse disponibili

Non metterli di fronte a richieste frustranti

Costruire un PDP che sia veramente personalizzato, scaturito dall'osservazione continua delle modalità di apprendimento specifiche del singolo studente, condiviso con la famiglia che ben conosce le difficoltà quotidiane

Ma ricordiamo che..

OGNI DISCALCULIA HA UNA STORIA!

Ogni alunno va aiutato con modalità diverse

i profili di discalculia evolutiva ci permettono di trarre informazioni e capire come fare per essere efficaci nell'aiuto

- Occorre quindi riconoscere i PRESUPPOSTI TEORICI in modo di poter innestare le potenzialità compensative nel percorso di apprendimento

- E poi è necessario conoscere le POTENZIALITÀ COMPENSATIVE degli strumenti per un uso corretto delle compensazioni.

Quali interventi posso attuare?

È necessario distinguere tra:

COMPENSARE	RIABILITARE/POTENZIARE	DISPENSARE
Procedo con l'introduzione di compensazione STRUMENTI, STRATEGIE, TECNOLOGIE	Aspetto carente	La difficoltà esiste! Non investo, non lavoro
Se ti lascio usare strumenti compensativi non significa RIDURRE la difficoltà	Procedo con l'introduzione di esercizio mirato	Procedo per evitare quelle nozioni e quelle richieste che la difficoltà specifica incontra
Investo e lavoro su funzioni o aspetti efficienti, sulle funzioni integre non in difficoltà	Investo e lavoro su funzioni o aspetti carenti	La difficoltà è tale da coinvolgere i livelli motivazionali e mal gestita diventa un insuccesso formativo su tutto il percorso scolastico

COMPENSARE

Il primo strumento compensativo in assoluto, il più potente di tutti!

….e poi?

Programmi per PC

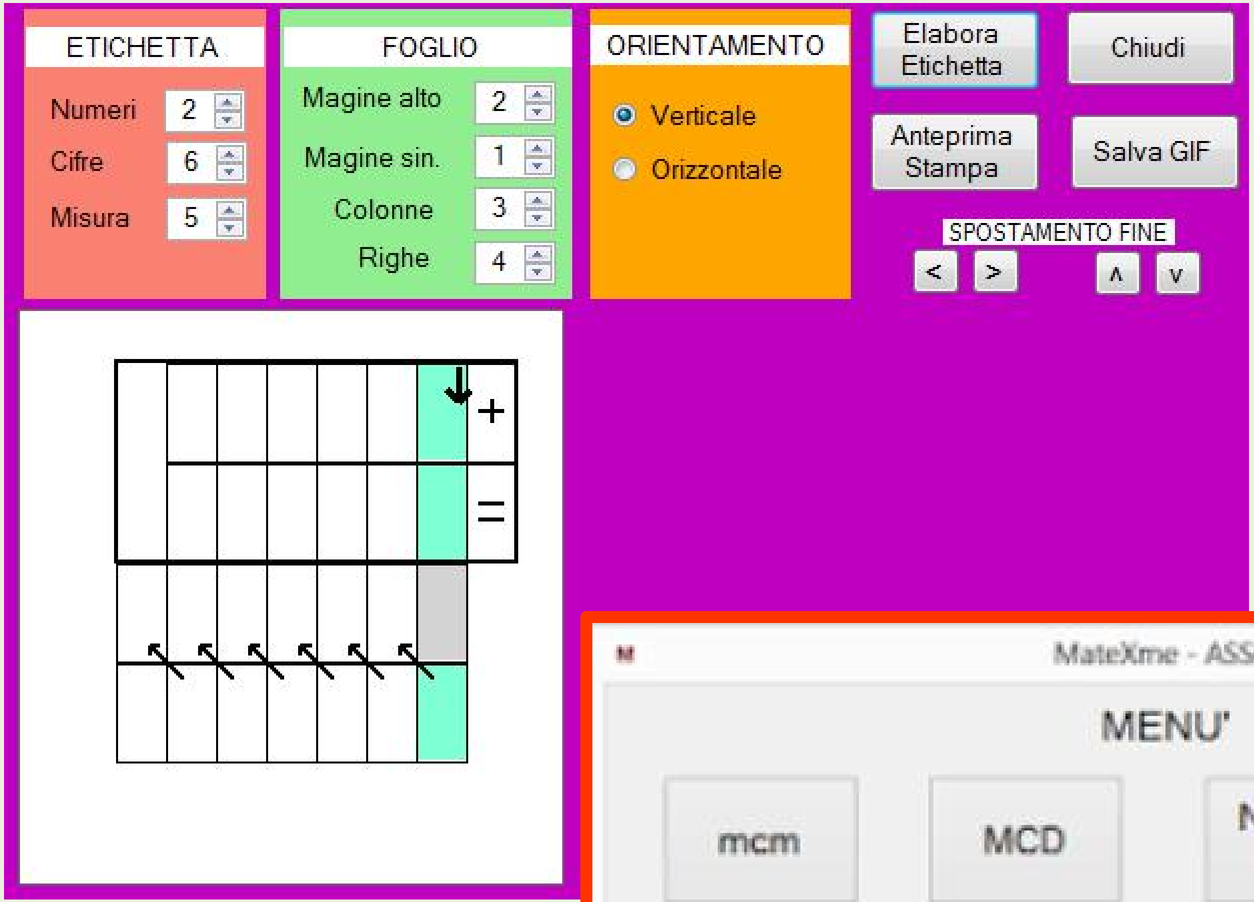
MateXme è un programma che permette di calcolare: mcm, MCD, numeri primi, equivalenze. Ha anche la calcolatrice.
Il programma richiede che siano installate le voci Microsoft Speech Platform 11.0, quelle distribuite con LeggiXme_SP e LeggiXme_USB.

Il "pezzo forte" è IncolonnAbili, un piccolo software, nato dalla collaborazione con Luciana Lenzi ed Enrico Angleo Emili di Bologna.
Si tratta della possibilità di stampare "etichette" personabilizzabili per aiutare nell'esecuzione delle operazioni aritmetiche.
Cliccando sul pulsante Info si accede ad un quasi power point con le spiegazioni, specialmente didattiche

Non richiede installazione

Viene poi LeggiExcelXme, un componente aggiuntivo per far parlare il foglio di calcolo.
Per utilizzarlo:
1 – scaricare il file
2 – aprirlo con Excel
3 – se necessario, attivare le macro
4 – salvare con nome come componente aggiuntivo (xla o xlam)
5 – chiudere e riaprire Excel
6 – dal menu strumenti scegliere componenti aggiuntivi e selezionarlo

da: https://sites.google.com/site/leggixme/matematica

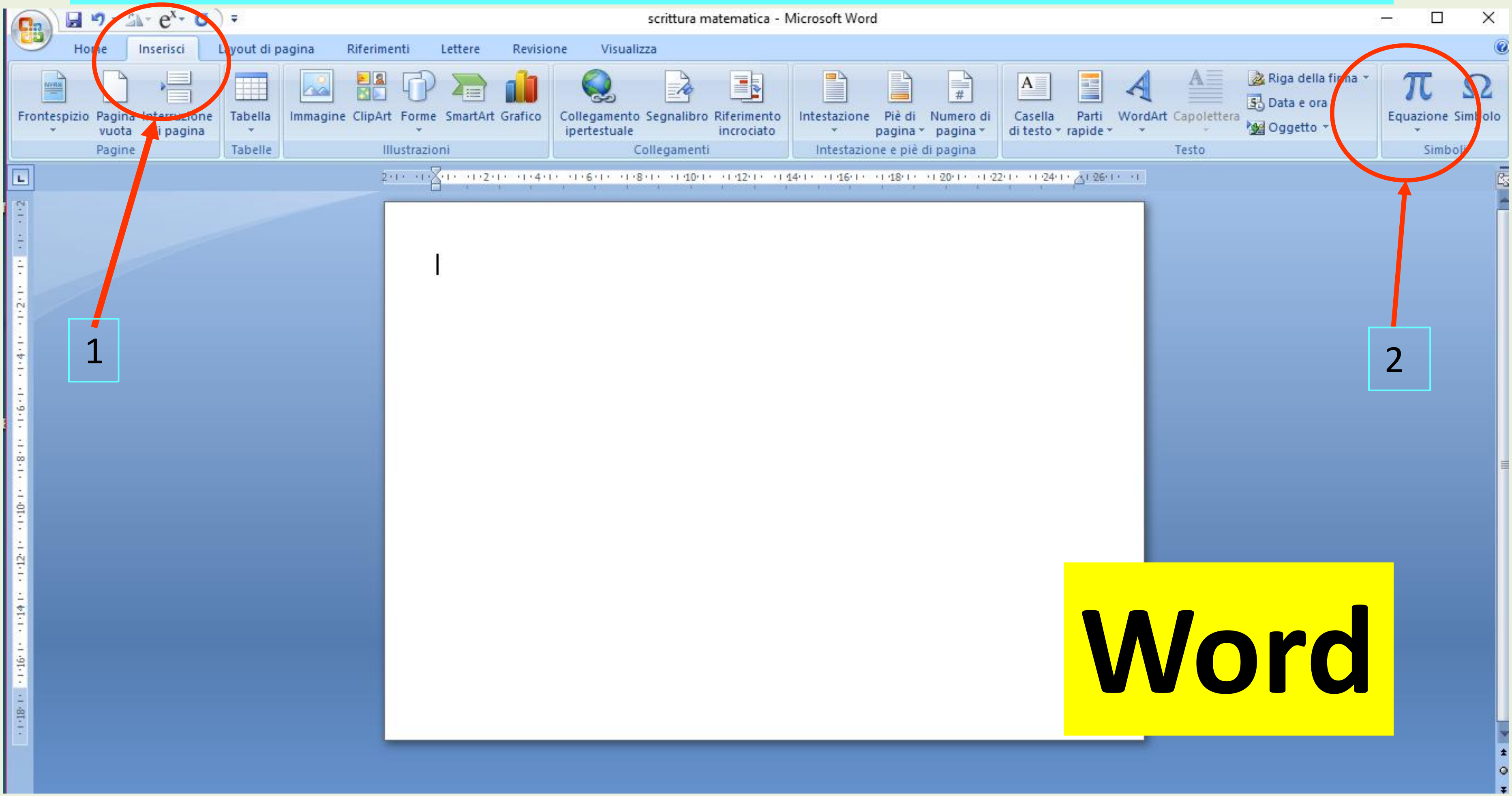


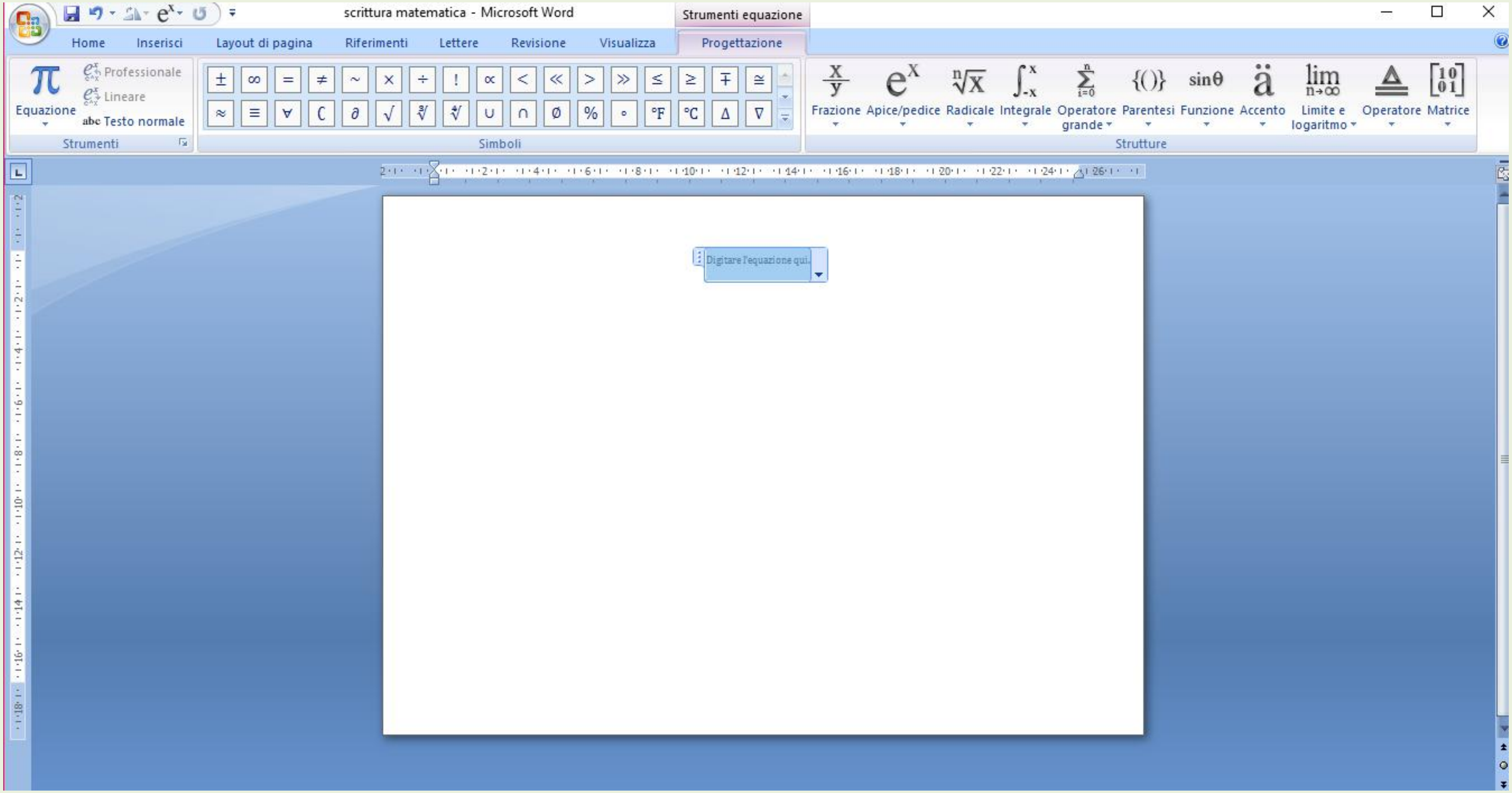
Incolonnabili

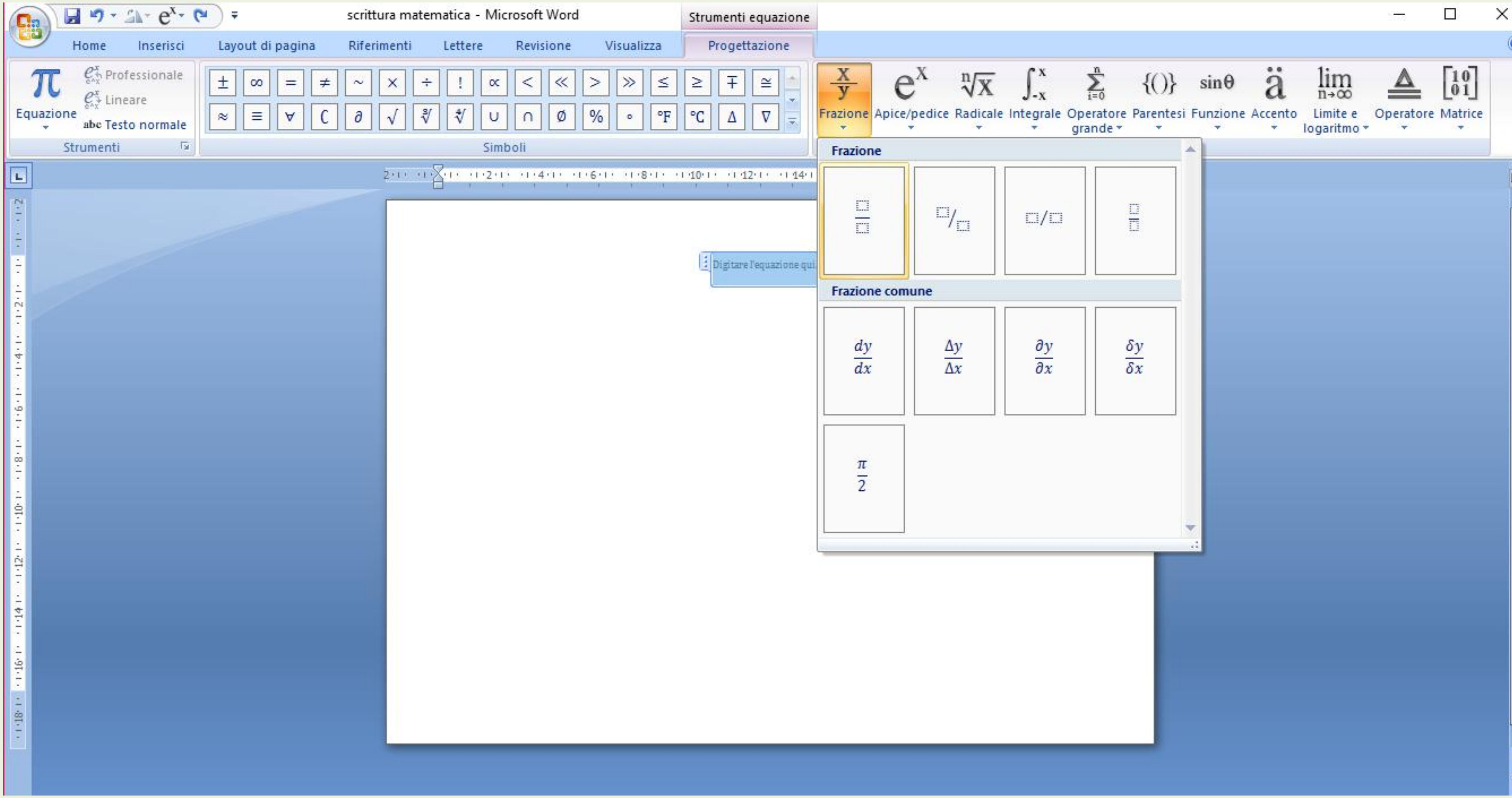
MateXme

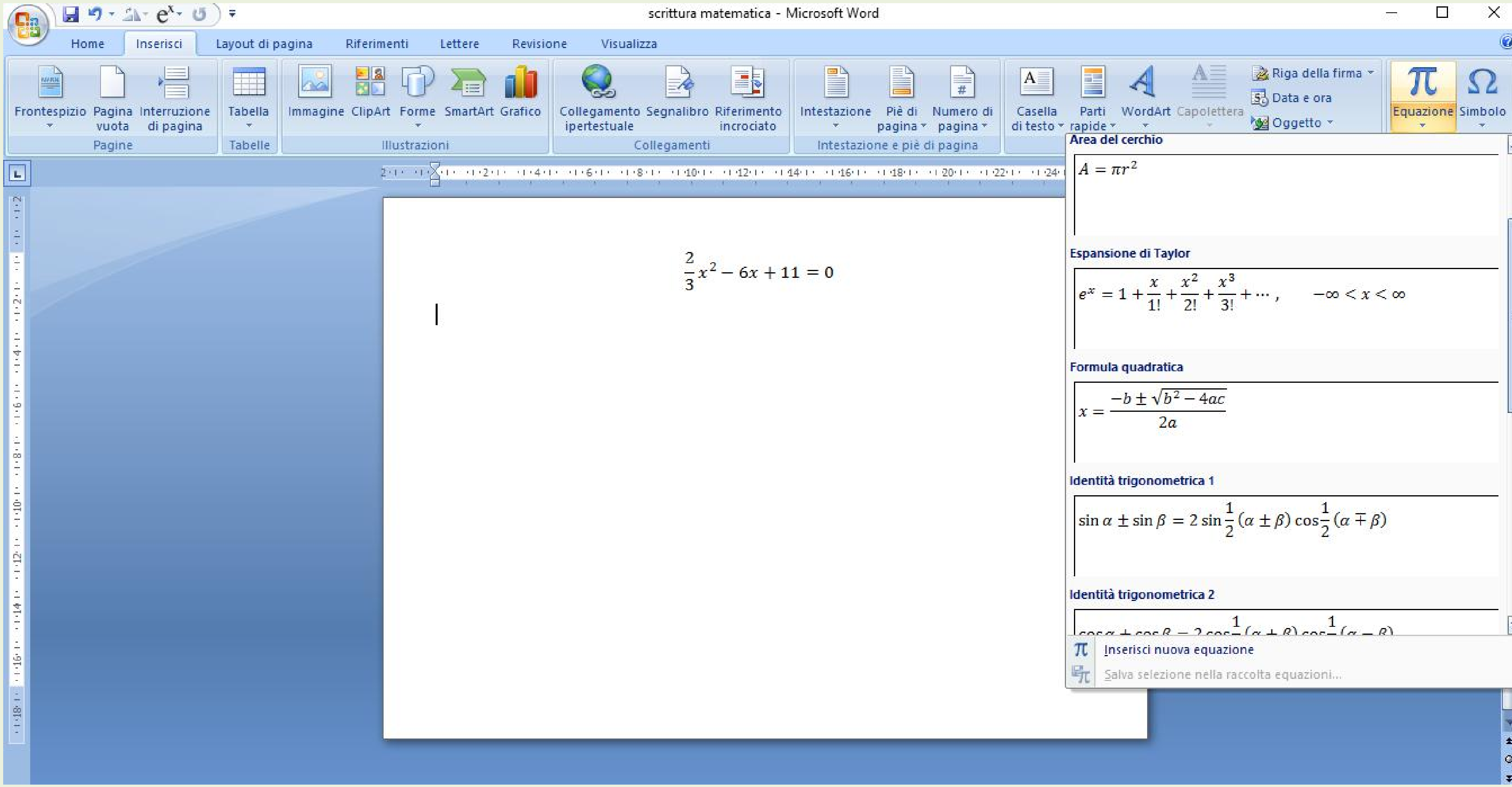
Questi sono ottimi strumenti per compensare abilità procedurali deficitarie

Per compensare la disgrafia: come scrivere coi simboli matematici

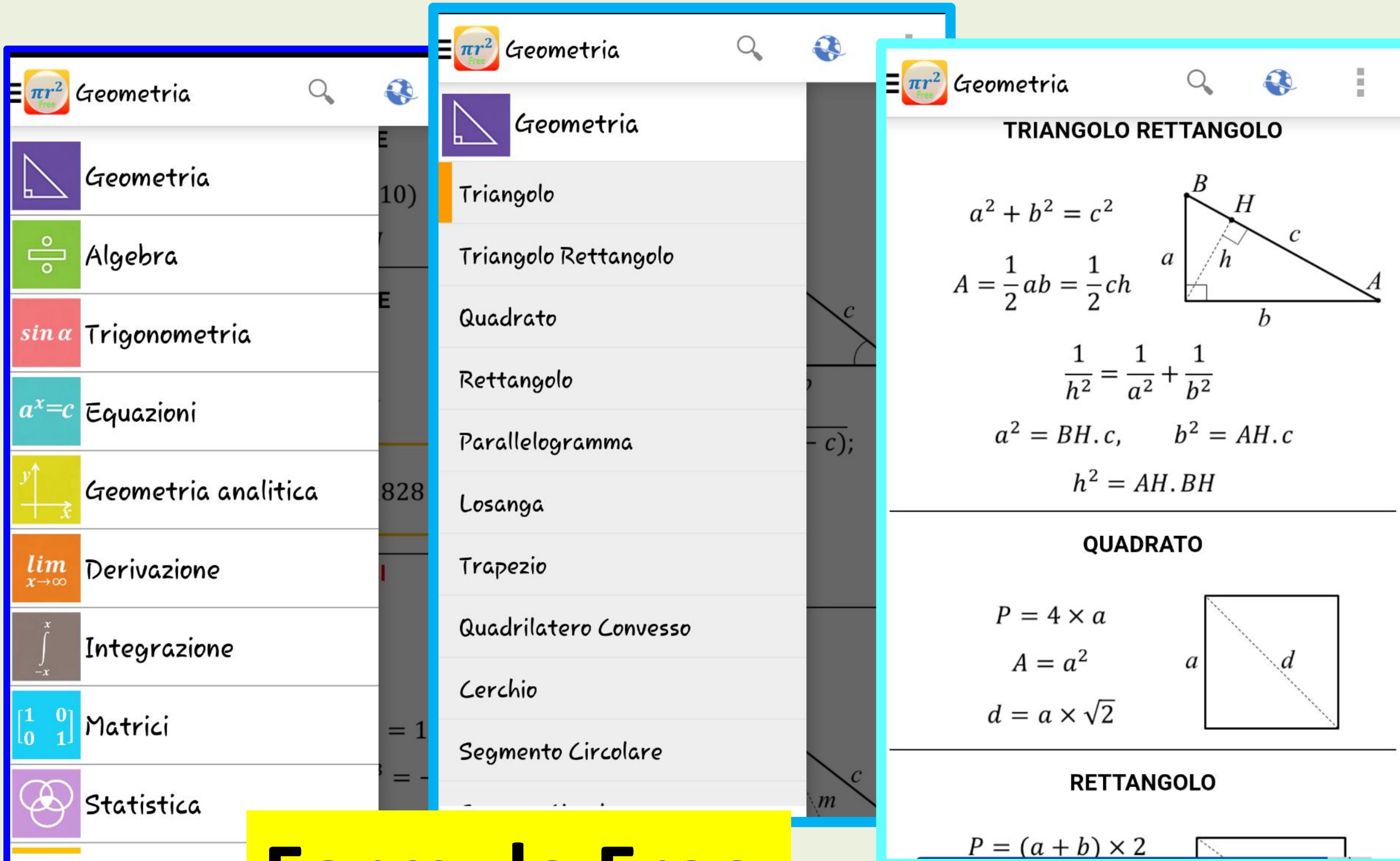



scrittura matematica - Microsoft Word
Strumenti equazione
Home
Inserisci
Layout di pagina
Riferimenti
Lettere
Revisione
Visualizza
Progettazione
Equazione
Professionale
Lineare
Testo normale
Strumenti
Simboli
Frazione
Apice/pedice
Radicale
Integrale
Operatore grande
Parentesi
Funzione
Accento
Limite e logaritmo
Operatore
Matrice
Strutture
Digitare l'equazione qui.


scrittura matematica - Microsoft Word
Strumenti equazione
Home
Inserisci
Layout di pagina
Riferimenti
Lettere
Revisione
Visualizza
Progettazione
Equazione
Professionale
Lineare
Testo normale
Strumenti
Simboli
Frazione
Apice/pedice
Radicale
Integrale
Operatore grande
Parentesi
Funzione
Accento
Limite e logaritmo
Operatore
Matrice
Frazione
Frazione comune
Digitare l'equazione qui


scrittura matematica - Microsoft Word
Home
Inserisci
Layout di pagina
Riferimenti
Lettere
Revisione
Visualizza
Frontespizio
Pagina vuota
Interruzione di pagina
Pagine
Tabella
Tabelle
Immagine
ClipArt
Forme
SmartArt
Grafico
Illustrazioni
Collegamento ipertestuale
Segnalibro
Riferimento incrociato
Collegamenti
Intestazione
Piè di pagina
Numero di pagina
Intestazione e piè di pagina
Casella di testo
Parti rapide
WordArt
Capolettera
Riga della firma
Data e ora
Oggetto
Equazione
Simbolo
$\frac{2}{3}x^2 - 6x + 11 = 0$
Area del cerchio
$A = \pi r^2$
Espansione di Taylor
$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots, \quad -\infty < x < \infty$
Formula quadratica
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Identità trigonometrica 1
$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$
Identità trigonometrica 2
Inserisci nuova equazione
Salva selezione nella raccolta equazioni...

App per Tablet e Smartphone



Formule Free

Geometria

POTENZE

$$a^m = \underbrace{a.a \dots a}_{m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, (b \neq 0)$$

$$a^m.a^n = a^{m+n} \qquad a^0 = 1, (a \neq 0)$$

$$(a.b)^m = a^m b^m$$

$$(a^m)^n = a^{m.n} \qquad a^{-m} = \frac{1}{a^m}, (a \neq 0)$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

RADICI

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \qquad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

$$= a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a} \qquad \sqrt[n]{a}\,\sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m b^n}$$

Geometria

LOGARITMO DECIMALE

$$\log_{10} N = \lg N \quad (b = 10)$$

$$\lg N = x \Leftrightarrow 10^x = N$$

LOGARITMO NATURALE

$$\log_e N = \ln N$$

$$\ln N = x \Leftrightarrow e^x = N$$

$$\boxed{e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2.71828 \dots}$$

6. NUMERI COMPLESSI

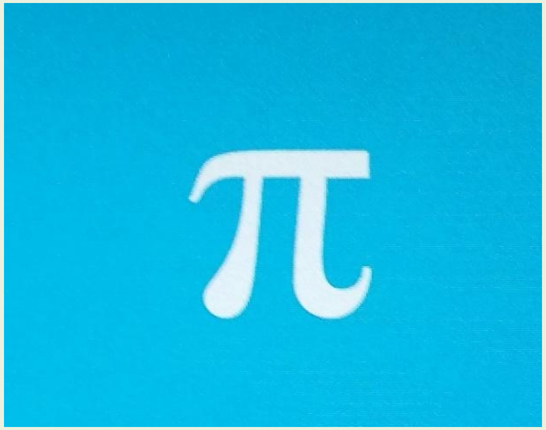
$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1, i^3 = i^2.i = -i,$$

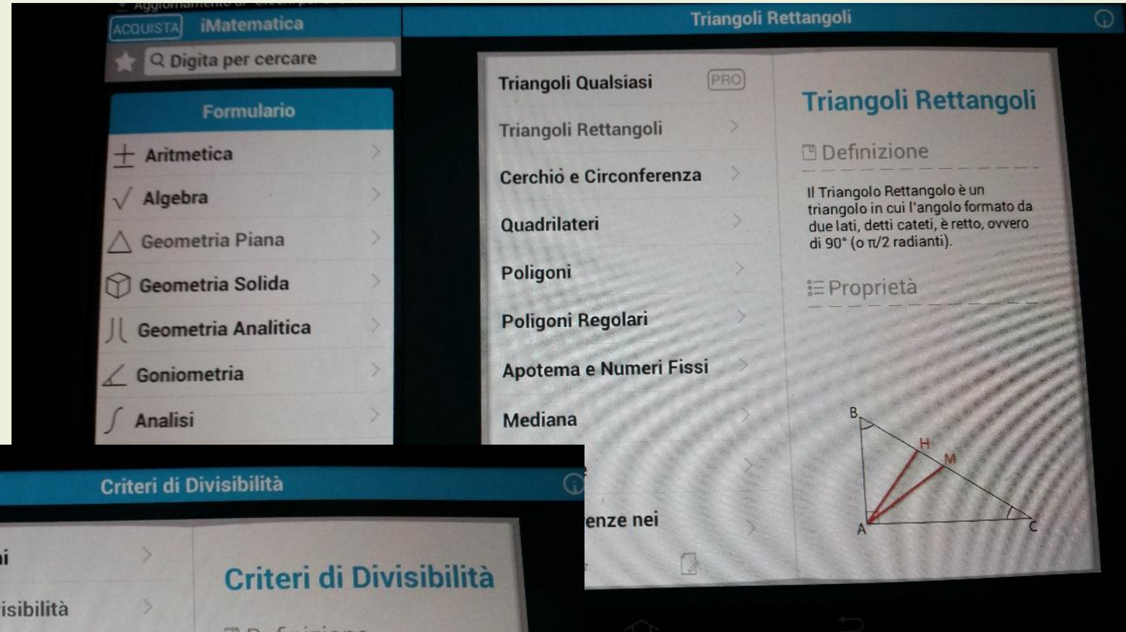
$$i^4 = i^3.i = -i.i = 1, \dots, i^{4n} = 1,$$

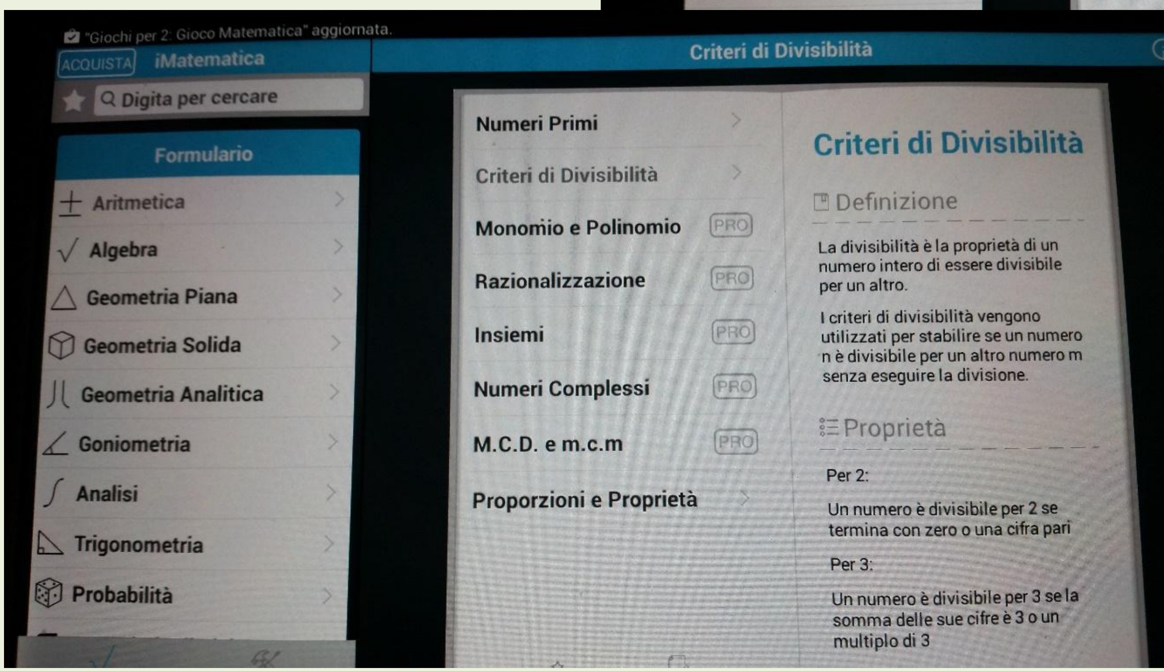
$$i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i$$

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$



iMatematica



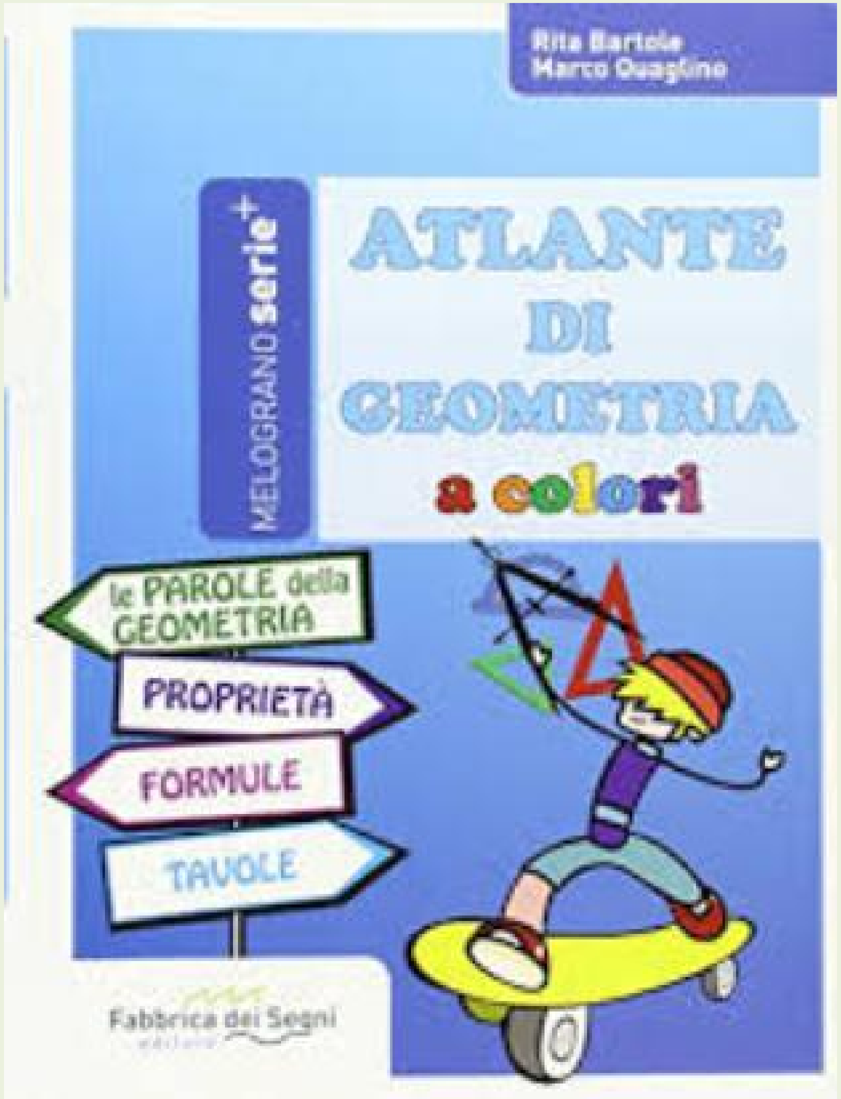


Tabelle, formulari, mappe…

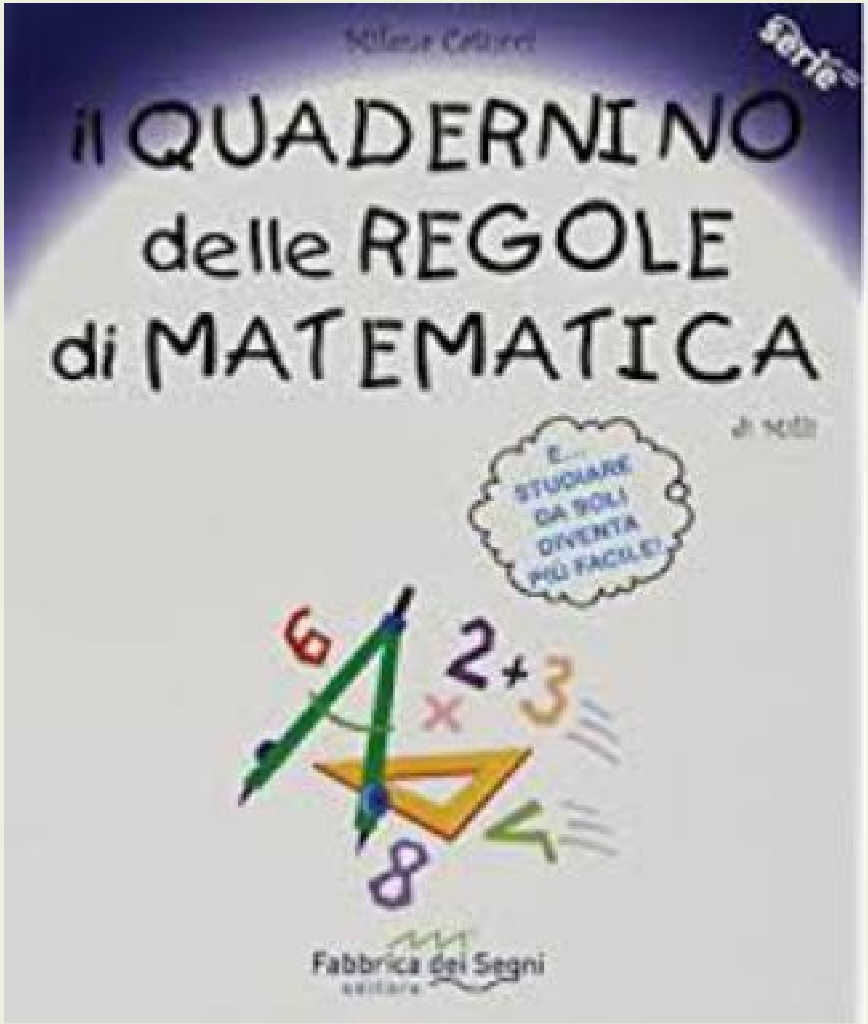
- Lo studente che ha difficoltà nella memorizzazione delle procedure dovrà avere la possibilità di utilizzare questi strumenti, spesso corredati di esempi
- Lo studente deve essere educato alla scelta dei materiali appropriati e deve essere consapevole che non tutto quello che trova in rete è adatto per lui
- **La soluzione migliore sarebbe che lo strumento fosse la conclusione di un percorso di apprendimento, in questo modo sarebbe sicuramente personalizzato**
- L'insegnante può semplificare il contenuto delle lezioni mediante la costruzione di apposito materiale per lo studio

Schede di geometria

Scuola primaria, secondaria di primo grado e biennio superiore



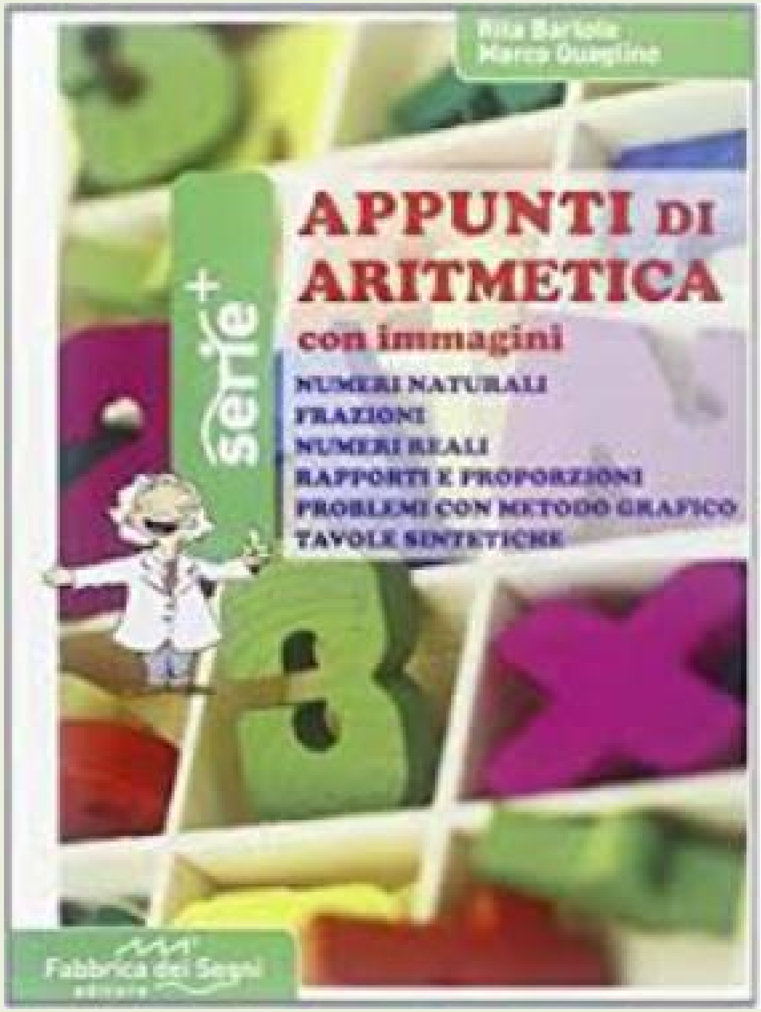
Prima matematica



Scuola primaria

Aritmetica

Scuola primaria, secondaria di primo grado



Esempio di schede contenute (reperibili anche online)

DA NUMERO PERIODICO A FRAZIONE

NUMERO PERIODICO	ANTIPERIODO PERIODO $7,2\overline{65}$ PARTE INTERA PARTE DECIMALE
NUMERO PERIODICO ↓ FRAZIONE GENERATRICE	$7,2\overline{65} = \dfrac{7265-72}{990}$
PERIODICO SEMPLICE (SENZA ANTIPERIODO)	$0,\overline{2} = \dfrac{2}{9}$ $0,\overline{03} = \dfrac{3}{99} = \dfrac{1}{33}$
PERIODICO MISTO (CON ANTIPERIODO)	$2,8\overline{3} = \dfrac{283-28}{90} = \dfrac{255}{90} = \dfrac{17}{6}$ $2,0\overline{45} = \dfrac{2045-20}{990} = \dfrac{2025}{990} = \dfrac{45}{22}$
ESEMPI	$0,\overline{6}+0,8\overline{3} = \dfrac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{9}_{\,3}} + \dfrac{\cancel{75}^{\,5}}{\cancel{90}_{\,6}} = \dfrac{4+5}{6} = \dfrac{\cancel{9}}{\cancel{6}} = \dfrac{3}{2}$ $3,\overline{5} : 1,\overline{7} = \dfrac{32}{9} : \dfrac{16}{9} = \dfrac{\cancel{32}^{\,2}}{\cancel{9}_{\,1}} \times \dfrac{\cancel{9}^{\,1}}{\cancel{16}_{\,1}} = 2$

Algebra

Scuola secondaria di primo grado e biennio superiore

CALCOLO LETTERALE – I MONOMI

Monomio: espressione letterale che non contiene addizioni e sottrazioni

È composto da: segno, coefficiente (numero) e parte letterale (lettere). Il segno + e il coefficiente 1 si possono sottintendere.

$$+\frac{2}{3}a^2b$$

Definizioni e esempi

Di cosa ci occupiamo?	Definizione	Esempio	
Monomio intero	Non compaiono lettere al denominatore	$\frac{1}{2}c^3$	
Monomio frazionario	Compaiono lettere al denominatore	$\frac{3b}{a^2}$	
Grado del monomio rispetto ad una lettera	È l'esponente della lettera che si prende in considerazione	$4a^2b$	*Rispetto alla lettera a: 2* *Rispetto alla lettera b: 1* *Rispetto alla lettera c: 0*
Grado complessivo del monomio	È la somma degli esponenti di tutte le lettere che compongono la parte letterale	$4\cdot 3^2a^3b^5c$	Grado complessivo: $3+5+1=9$
Monomi simili	Hanno uguale parte letterale (stesse lettere e lettere uguali hanno esponenti uguali)	$3a^2b$	$-5a^2b$
Monomi uguali	Monomi simili con uguale coefficiente	$4a^3b^2$	$4a^3b^2$
Monomi opposti	Monomi simili con coefficienti opposti (uno a segno contrario dell'altro)	$3a^3b^2$	$-3a^3b^2$

Scheda preparata dall'insegnante, compilata insieme in aula informatica in modo di imparare a scivere col pc anche formule matematiche, utilizzata come materiale di studio

PRODOTTI NOTEVOLI

Si tratta di metodi più veloci per risolvere alcuni particolari prodotti di polinomi

Tipo di prodotto notevole	Regola	Esempio	ANNOTAZIONI
Somma per differenza di due monomi	$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$	$(2x+3)(2x-3) = [(2x)^2-(3)^2] = 4x^2-9$ $(2a-5b)(5b+2a) = [(2a)^2-(5b)^2] = 4a^2-25b^2$	
Quadrato di binomio	$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$	$(3x^3+5y^2)^2 = (3x^3)^2 + 2\cdot(3x^3)(5y^2) + (5y^2)^2 = 9x^6 + 30x^3y^2 + 25y^4$ $(3x^3-5y^2)^2 = (3x^3)^2 - 2\cdot(3x^3)(5y^2) + (5y^2)^2 = 9x^6 - 30x^3y^2 + 25y^4$	
Quadrato di trinomio	$(A+B+C)^2 = A^2+B^2+C^2+2AB+2BC+2AC$	$(2x-1+3y^2)^2$ $= (+2x)^2 + (-1)^2 + (+3y^2)^2 + 2\cdot(+2x)(-1) + 2\cdot(-1)(+3y^2) + 2\cdot(+2x)(+3y^2) =$ $4x^2+1+9y^4-4x-6y^2+12xy^2$	
Cubo di binomio	$(A+B)^3 = A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$	$(2x+3y^2) = (2x)^3 + 3(2x)^2(+3y^2) + 3\cdot 2x(+3y^2)^2 + (+3y^2)^3$ $= 8x^3 + 3\cdot 4x^2\cdot 3y^2 + 6x\cdot 9y^4 + 27y^6$ $= 8x^3 + 36x^2y^2 + 54xy^4 + 27y^6$ $(2x-3y^2) = (2x)^3 + 3(2x)^2(-3y^2) + 3\cdot 2x(-3y^2)^2 + (-3y^2)^3$ $= 8x^3 + 3\cdot 4x^2\cdot(-3y^2) + 6x\cdot(+9y^4) + (-27y^6)$ $= 8x^3 - 36x^2y^2 + 54xy^4 - 27y^6$	

Materiali costruiti dal docente

SCOMPOSIZIONI IN FATTORI DI UN POLINOMIO

$P(x)$ polinomio di grado n

RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE

$$ax + ay = a\left(\frac{ax}{a} + \frac{ay}{a}\right) = a(x+y)$$

$$2x^3 - 6x^2 - 14x^4 = 2x^2\left(\frac{2x^3}{2x^2} - \frac{6x^2}{2x^2} - \frac{14x^4}{2x^2}\right) = 2x^2(x - 3 - 7x^2)$$

La quantità che si raccoglie a fattor comune è il MCD dei monomi che compongono il polinomio

RACCOGLIMENTO A FATTOR PARZIALE

$$ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$$

Nel primo passaggio si sono creati dei gruppi che avevano dei termini in comune, nel secondo passaggio si sono effettuati due diversi raccoglimenti a fattor comune ("legati" sempre da un segno +), nel terzo passaggio si è fatto un raccoglimento a fattor comune sui due gruppi che si sono formati (divisi dal segno evidenziato)

BINOMIO	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $4x^2 - 25y^4 = (2x)^2 - (5y^2)^2 = (2x - 5y^2)(2x + 5y^2)$	DIFFERENZA DI QUADRATI
	$a^2 + b^2$ IRRIDUCIBILE	SOMMA DI QUADRATI
	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ $8x^3 - 1 = (2x)^3 - (1)^3 = (2x - 1)[(2x)^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2]$ $= (2x-1)(4x^2 + 2x + 1)$	DIFFERENZA DI CUBI
	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $8x^3 + 1 = (2x)^3 + (1)^3 = (2x + 1)[(2x)^2 - 2x \cdot 1 + (1)^2]$ $= (2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$	SOMMA DI CUBI
TRINOMIO	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ $x^4 + 6x^2y + 9y^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 3y + (3y)^2 = (x^2 + 3y)^2$	QUADRATO DI BINOMIO
	$1x^2 + sx + p = (x+a)(x+b)$ $s = a + b$ $p = a \cdot b$ $x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$ $s = (-3) + (-2)$ $p = (-3) \cdot (-2)$ Ricordiamoci che i numeri a e b sono numeri interi (Z) e che per la loro ricerca si parte sempre dal prodotto	TRINOMIO NOTEVOLE
4 MONOMI	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$ $8a^3 - 12a^2 + 6a - 1 = (2a)^3 + 3(2a)^2 \cdot (-1) + 3(2a)(-1)^2 + (-1)^3$ $= (2a - 1)^3$	CUBO DI BINOMIO
6 MONOMI	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = (a+b+c)^2$ $a^2 + 4b^2 + 9 - 4ab + 6a - 12b = (a - 2b + 3)^2$ a $2b$ 3 $+$ $-$ $+$	QUADRATO DI TRINOMIO

algebra

Equazioni di secondo grado

formule risolutive

equazione	nome	procedimento	soluzioni o radici
$ax^2+bx+c=0$	equazione completa	si applica la formula completa	$x=\dfrac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$ax^2+bx+c=0$	equazione completa con **b pari**	si applica la formula ridotta	$x=\dfrac{-\frac{b}{2}\mp\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}}{a}$
$ax^2+c=0$	equazione pura $b=0$	• si isola x^2 • si estrae la radice quadrata algebrica	$x^2=-{}^{c}/_{a}$ $x_1=-\sqrt{-\frac{c}{a}}$ $x_2=+\sqrt{-\frac{c}{a}}$
$ax^2+bx=0$	equazione spuria $c=0$	• si raccoglie la x • si applica la legge di annullamento del prodotto	$x\,(ax+b)=0$ $x_1=0$ $x_2=-\frac{b}{a}$
$ax^2=0$	equazione monomia	ha sempre due soluzioni nulle	$x_1=x_2=0$

le soluzioni di una equazione sono dette anche **radici** dell'equazione

significato del delta $\Delta=b^2-4ac$

un'equazione di 2° grado ammette sempre due soluzioni che sono distinte, coincidenti o non reali secondo il segno del Δ

$\Delta>0$	$x_1\neq x_2$	soluzioni reali e distinte	$\Delta=0$	$x_1=x_2$	soluzioni reali e coincidenti	$\Delta<0$	$\varnothing$	soluzioni non reali (o complesse)

proprietà

$s=x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$	è la relazione tra la **somma** delle soluzioni e i coefficienti dell'equazione di II grado. Si applica solo se $\Delta\geq 0$
$p=x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$	è la relazione tra il **prodotto** delle soluzioni e i coefficienti dell'equazione di II grado. Si applica solo se $\Delta\geq 0$
$x^2-sx+p=0$	serve per scrivere il **testo** dell'equazione di II grado quando si conosce la somma e il prodotto delle soluzioni
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$	serve a scomporre un trinomio di II grado dove x_1 e x_2 sono le soluzioni dell'equazione $ax^2+bx+c=0$

regola di *Cartesio*: segno delle soluzioni

$\underbrace{+ax^2\ +}_{\substack{permanenza\\(-)}}\underbrace{bx\ -}_{\substack{variazione\\(+)}}c=0$	la regola di Cartesio permette di trovare il segno delle soluzioni di una equazione di II grado. Si può applicare solo se $\Delta\geq 0$ • si osservano i segni dei coefficienti a, b, c • ad ogni permanenza corrisponde una soluzione negativa • ad ogni variazione corrisponde una soluzione positiva

Mappa sovrabbondante e caotica da rielaborare

EQUAZIONI DI II° GRADO forma completa

Nozioni di teoria	Esempi
$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$	$5x^2 - 4x - 1 = 0$ $a = 5, b = -4, c = -1$
discriminante o delta $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) =$ $16 + 20 = 36$
formula risolutiva $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 5} = \frac{+4 \pm 6}{10}$ $x_1 = \frac{+4-6}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$ $x_2 = \frac{+4+6}{10} = \frac{+10}{10} = +1$
considerazioni sul discriminante Δ $\Delta > 0$ — 2 soluzioni reali distinte — $x_1 \neq x_2$ $\Delta = 0$ — 2 soluzioni reali coincidenti — $x_1 = x_2$ $\Delta < 0$ — 2 soluzioni <u>non reali</u> — $\nexists x_1, x_2 \in \mathbb{R}$	$\Delta > 0$ $-x^2 - 4x + 5 = 0$ $a = -1, b = -4, c = +5$ $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (+5) =$ $16 + 20 = 36$ $x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (-1)} = \frac{+4 \pm 6}{-2}$ $x_1 = \frac{+4-6}{-2} = \frac{-2}{-2} = +1$ $x_2 = \frac{+4+6}{-2} = \frac{+10}{-2} = -5$
	$\Delta = 0$ $4x^2 - 12x + 9 = 0$ $a = 4, b = -12, c = +9$ $\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (+9) =$ $144 - 144 = 0$ $x_{1,2} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 4}$ $= \frac{+12 \pm 0}{8}$ $x_1 = x_2 = \frac{+12}{8} = +\frac{3}{2}$
	$\Delta < 0$ $5x^2 + 13x + 10 = 0$ $a = 5, b = +13, c = +10$ $\Delta = (+13)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (+10) =$ $169 - 200 = -31$ Quando il Δ è negativo <u>non si procede al calcolo delle soluzioni</u> perché non esistono reali!!

EQUAZIONI DI II° GRADO forma incompleta

$$ax^2+bx+c=0 \qquad a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq 0$$

Nozioni di teoria	Caratteristica delle soluzioni	Esempi
equazione monomia $b=c=0$ $ax^2=0$	2 soluzioni nulle $x_1=x_2=0$	Ex 1: $-3x^2=0$ $a=-3, b=0, c=0$ $x_1=x_2=0$ Ex 2: $4x^2=0$ $a=4, b=0, c=0$ $x_1=x_2=0$
equazione pura $b=0$ $ax^2+c=0$	Se esistono: 2 soluzioni opposte $x_1=-x_2$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ dove c ed a devono essere <u>discordi</u>	Ex 1: $3x^2-12=0$ $a=+3, b=0, c=-12$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{-12}{3}}=\pm\sqrt{+4}=\pm2$ Ex 2: $4x^2+11=0$ $a=+4, b=0, c=+11$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{11}{4}}=????$
equazione spuria $c=0$ $ax^2+bx=0$	1 soluzione nulla e una non nulla $x\cdot(ax+b)=0$ $x_1=0$ $x_2=-\frac{b}{a}$	Ex 1: $-4x^2-12x=0$ $a=-4, b=-12, c=0$ $-4x\cdot(x+3)=0$ $x_1=0$ $x_2=-\frac{-12}{-4}=-3$

Esempio di schema-lavoro preparato dall'insegnante da compilare come formulario

GEOMETRIA SOLIDA E PROPORZIONALITÀ

A.S. 2013/2014

Classe 3 acconciatura

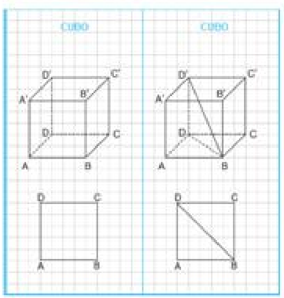
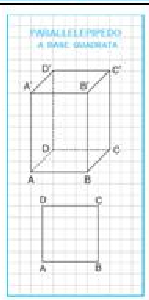
Figura geometrica	Formule	INVERSE
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	

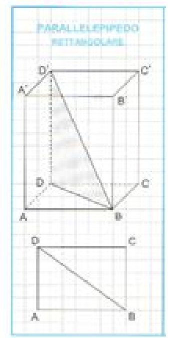
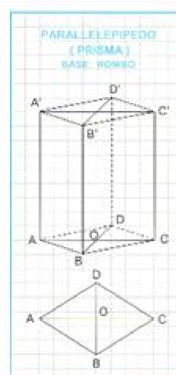
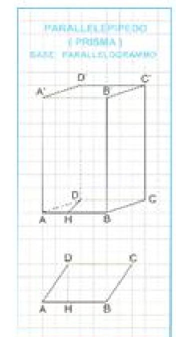
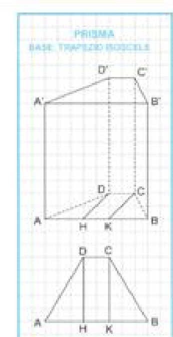
Figura geometrica	Formule	INVERSE
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	

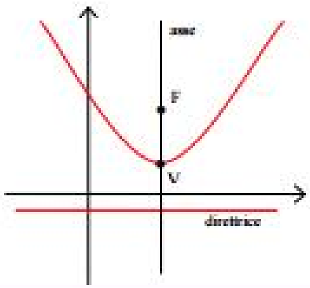
Figura geometrica	Formule	INVERSE
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	
	AREA DI BASE AREA LATERALE AREA TOTALE VOLUME	

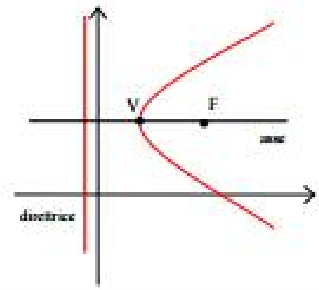
geometria analitica

Parabola

definizione

La parabola è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso F detto fuoco e da una retta data d detta direttrice, cioè: $\overline{PF} = \overline{Pd}$





parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y	parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x
equazione completa	
$y = ax^2 + bx + c$	$x = ay^2 + by + c$
coordinate del vertice	
$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $\Delta = b^2 - 4ac$	$V\left(-\frac{\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$ $\Delta = b^2 - 4ac$
coordinate del fuoco	
$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$	$F\left(\frac{1-\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$
equazione dell'asse	
$x = -\frac{b}{2a}$	$y = -\frac{b}{2a}$
equazione della direttrice	
$y = \frac{-1-\Delta}{4a}$	$x = \frac{-1-\Delta}{4a}$

Mappa sovrabbondante da rielaborare

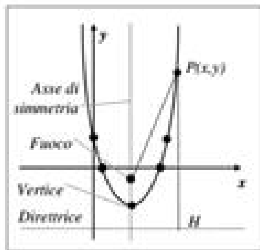
Esempio di schema riassuntivo realizzato insieme in classe

La parabola

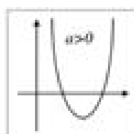
La *parabola* è una **conica** ed è anche il **luogo geometrico** dei punti del piano equidistanti da un punto fisso F detto **fuoco** e da una retta fissa detta **direttrice** che non lo contiene.

N.B. Il fuoco e la direttrice non appartengono al luogo geometrico

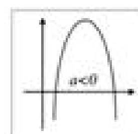
Parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate

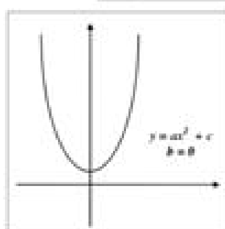


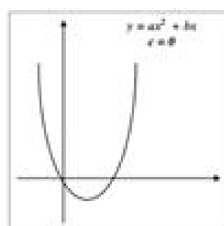
Equazione canonica	$y = ax^2 + bx + c$
Vertice	$V \equiv \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
Fuoco	$F \equiv \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2+1}{4a}\right)$
Asse di simmetria	$x = -\frac{b}{2a}$
Direttrice	$y = \frac{4ac-b^2-1}{4a}$

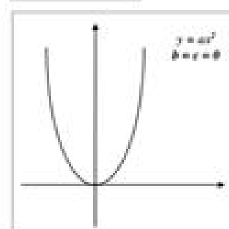


Casi particolari



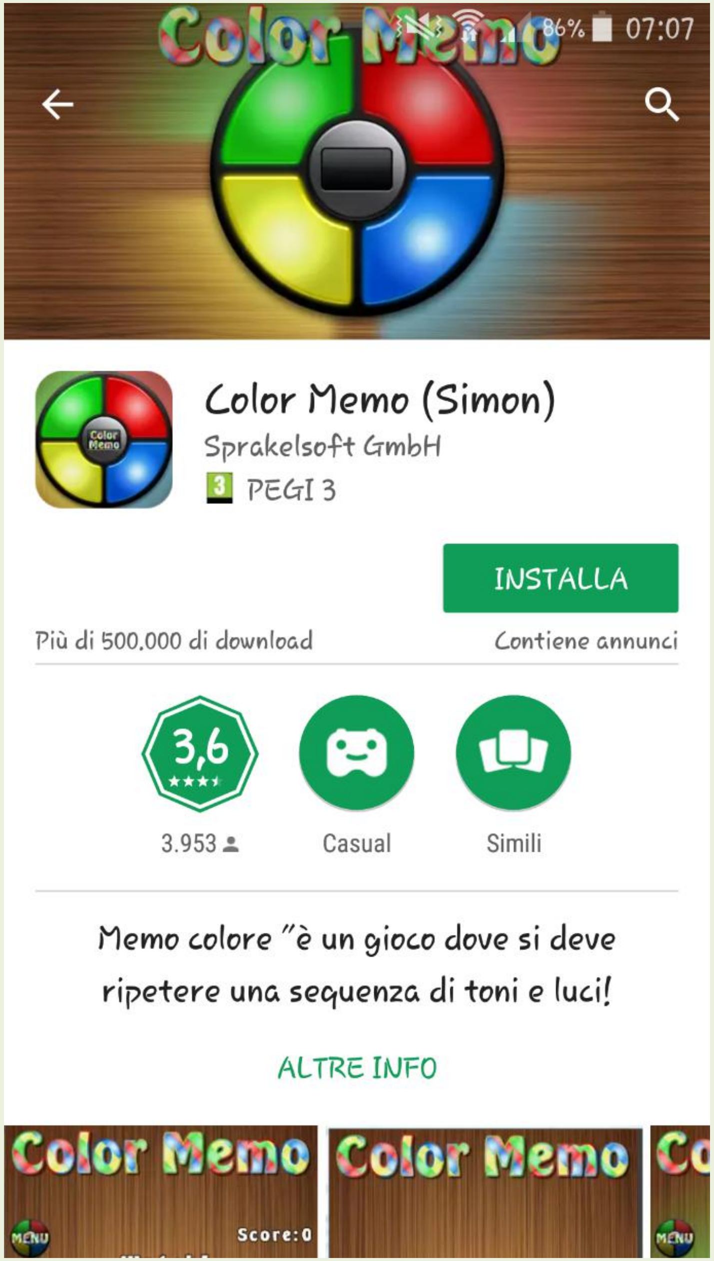






Scriviamo le formule in un modo alternativo che ci consente una più facile memorizzazione:

POTENZIARE



Per potenziare la memoria

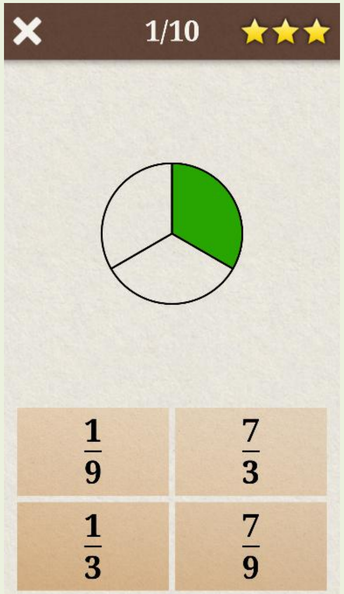
Quale abilità viene potenziata?

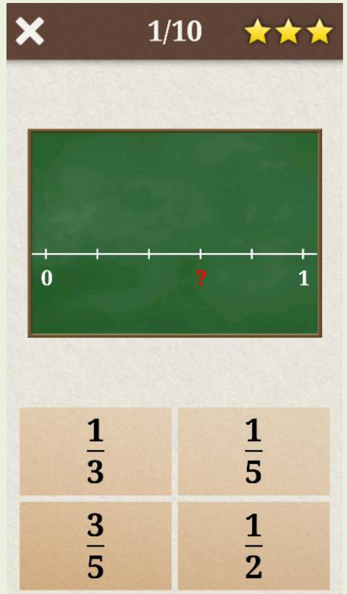

RE
DELLA
MATEMATICA
junior

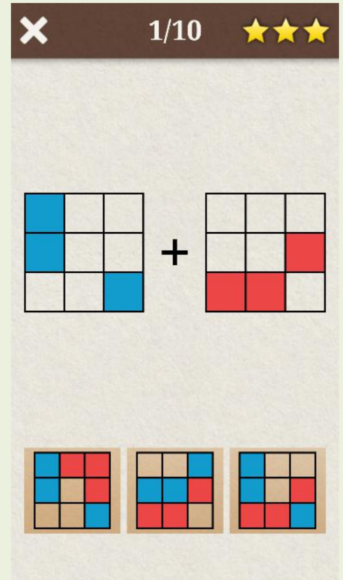

Nuovo giocatore
Il tuo nome
Pamela
Ragazza o ragazzo?

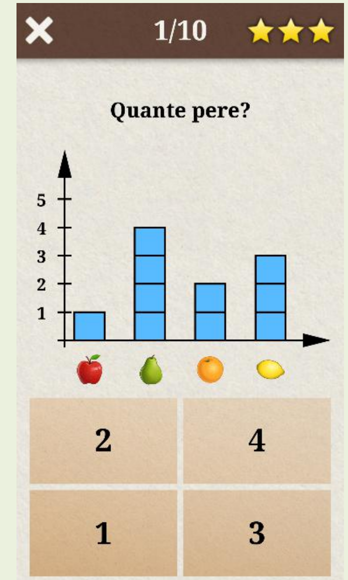

maschi
Punteggio totale
6.361.177
Stelle
243/270
Livello
Re
Livello max
Gioca

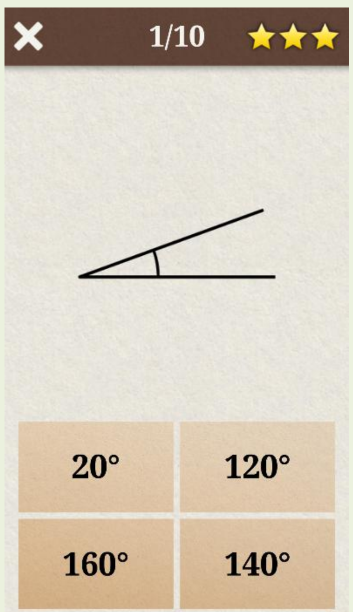
Vari argomenti da poter scegliere



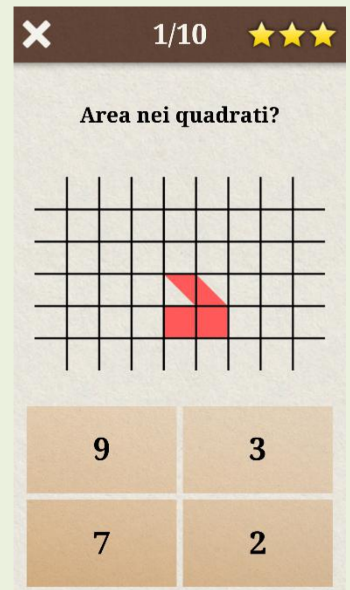








Tante possibili attività

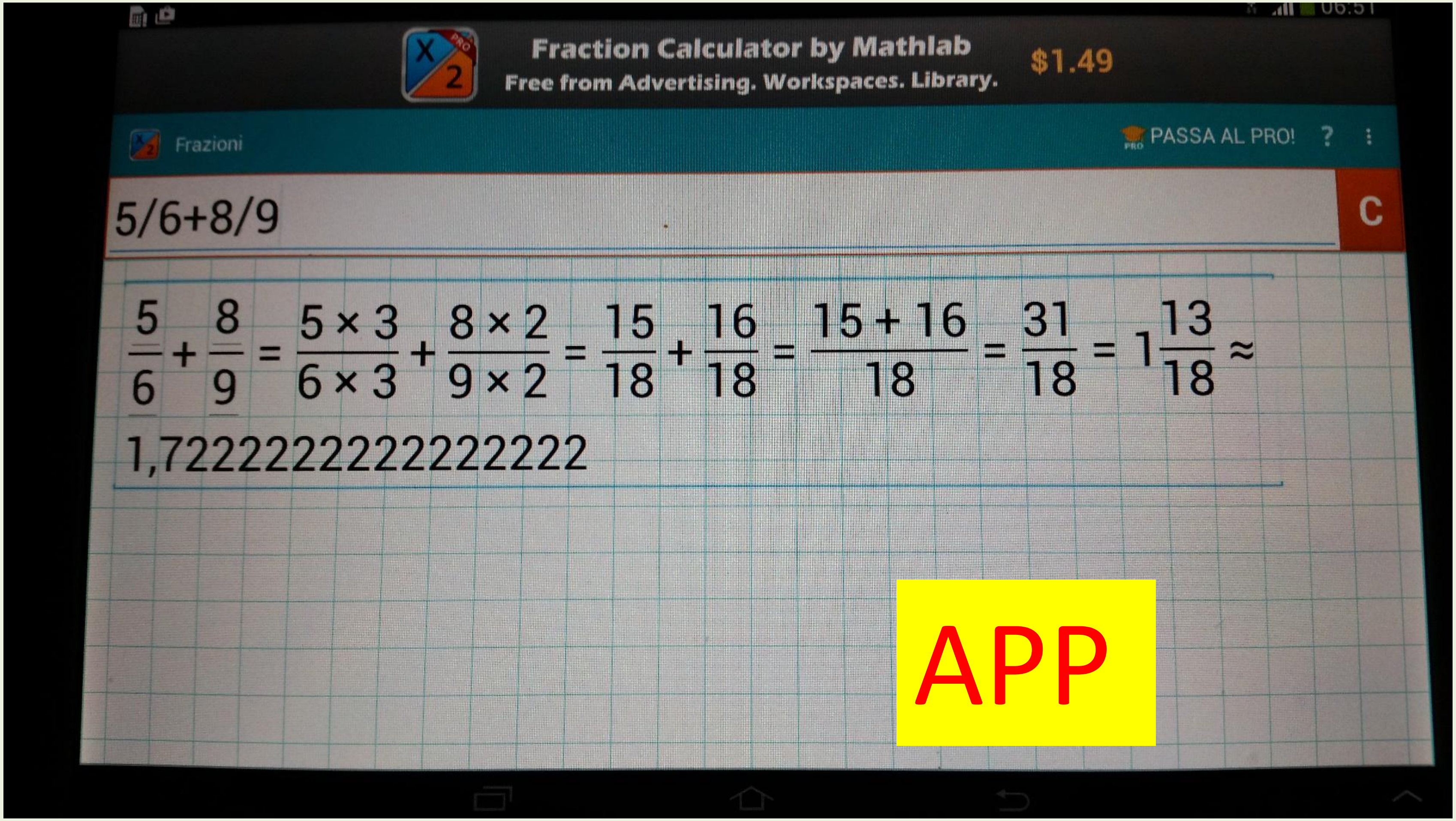


Per ragazzi più grandi

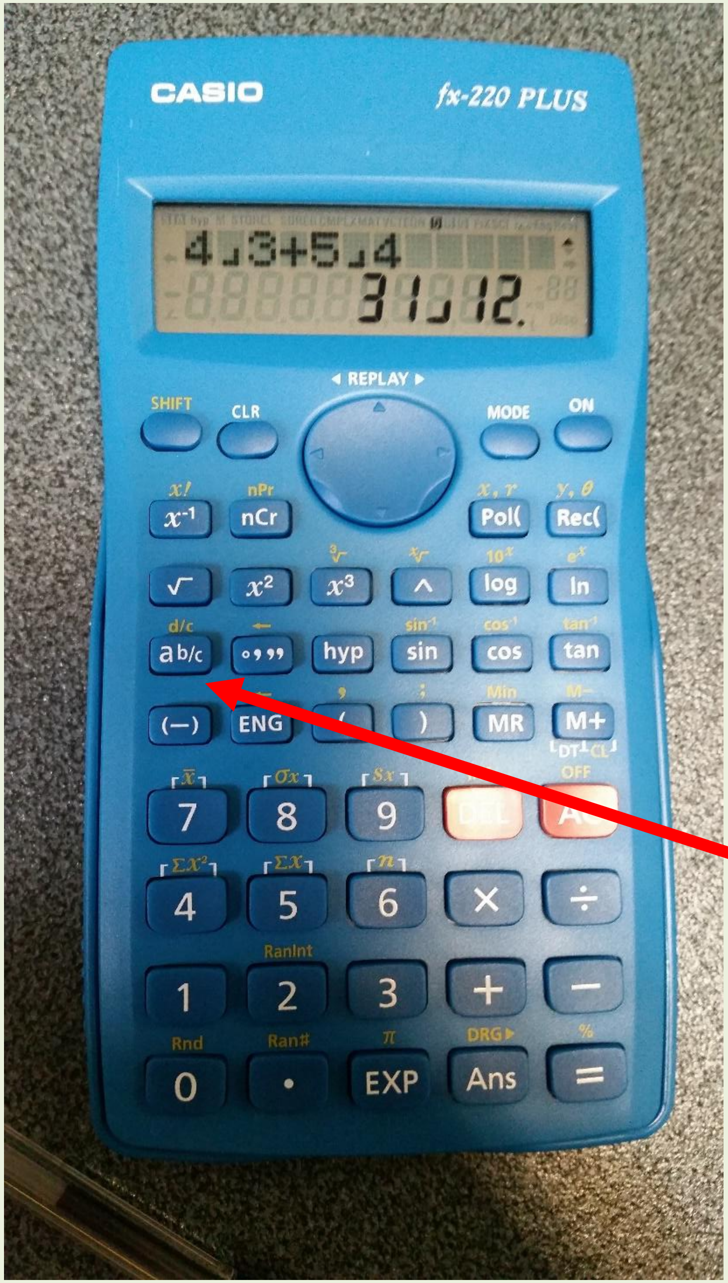

MATH DUEL
Gioca
Altri giochi
Tutorial
Polizza Privacy
Facile
Medio
Difficile
Genio
Addizione
Sottrazione
Moltiplicazione
Divisione
Gioca
0
806 - 293
523
513
533
0
0
2 ÷ 2
1
2
3
0

DISPENSARE

DISPENSARE

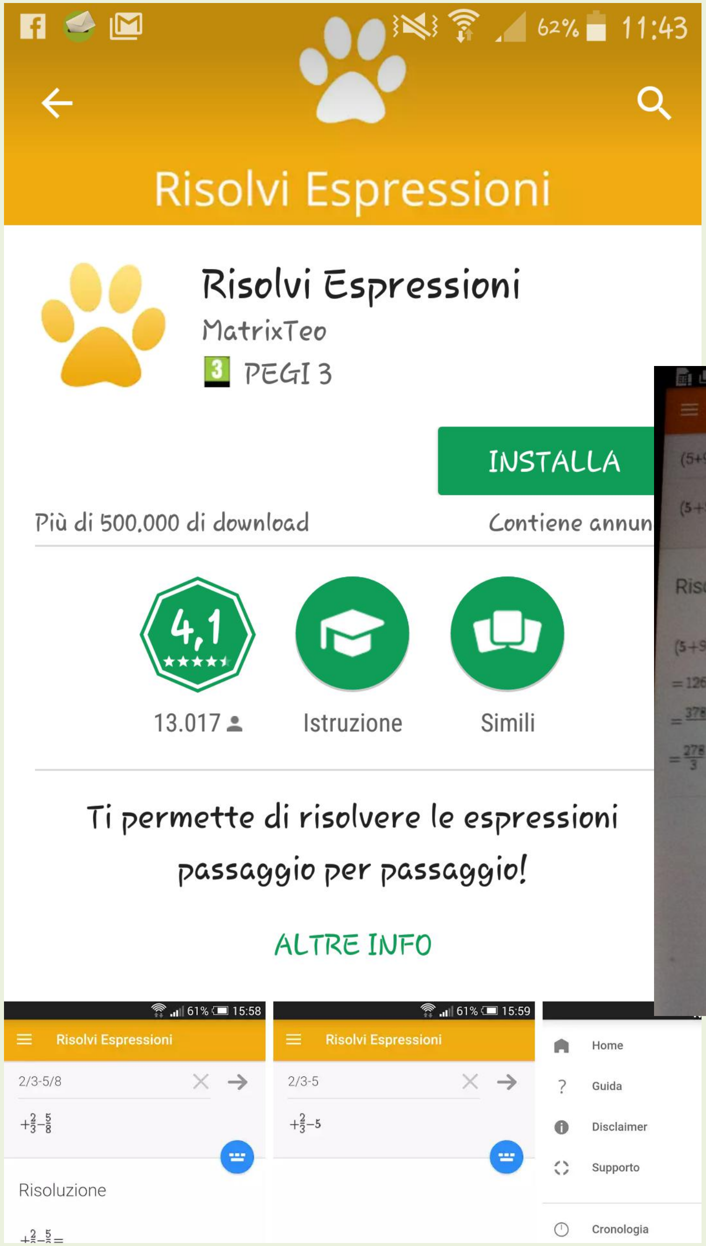


Fraction Calculator by Mathlab
Free from Advertising. Workspaces. Library.
$1.49
Frazioni
PASSA AL PRO!
5/6+8/9
C
$\frac{5}{6}+\frac{8}{9}=\frac{5\times3}{6\times3}+\frac{8\times2}{9\times2}=\frac{15}{18}+\frac{16}{18}=\frac{15+16}{18}=\frac{31}{18}=1\frac{13}{18}\approx$
1,7222222222222222
APP

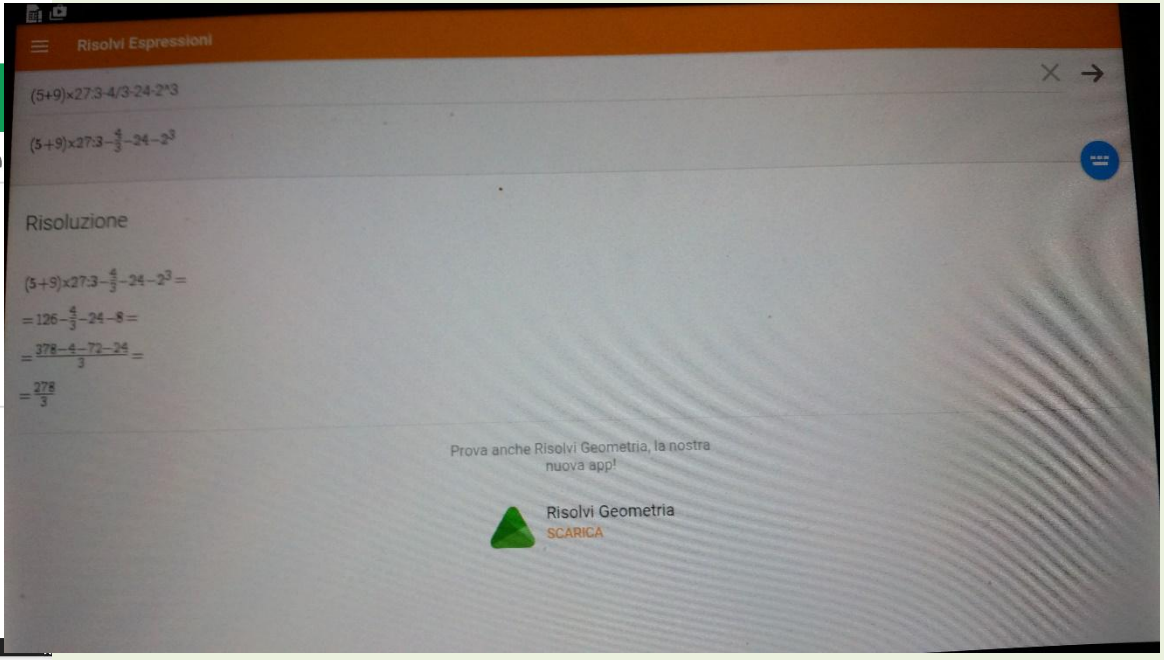


Classica CALCOLATRICE SCIENTIFICA

Tasto frazioni



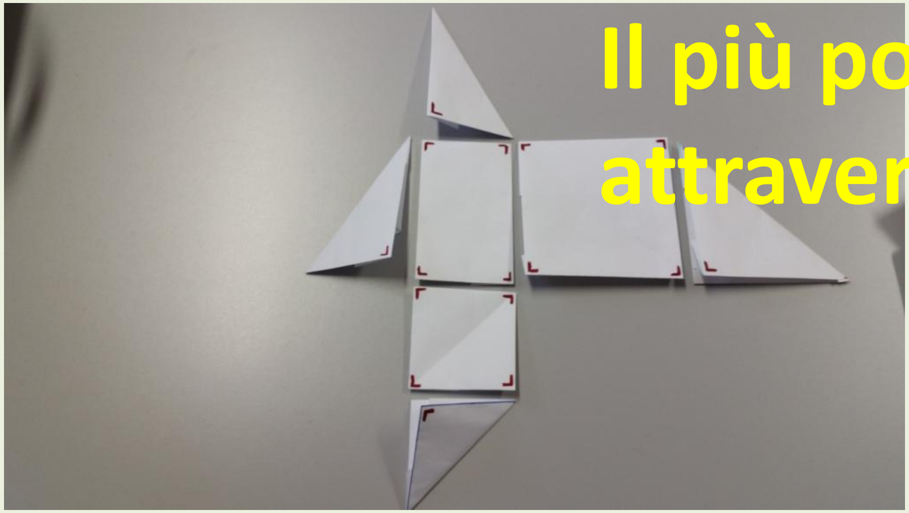
Da usare con cautela!!!!

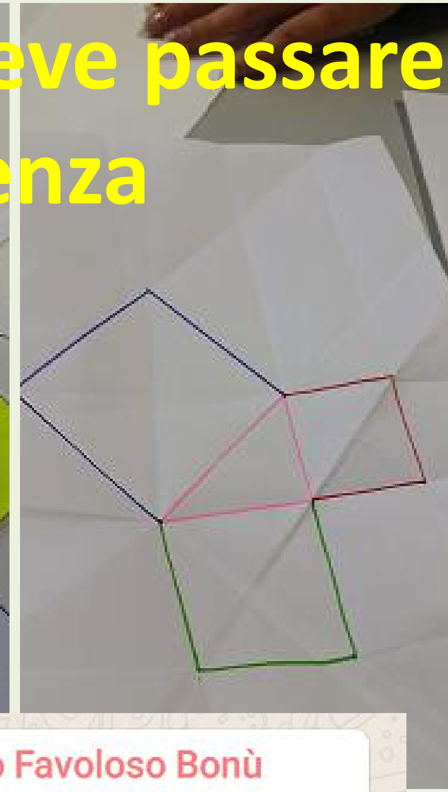


Come si può strutturare la LEZIONE?

Studenti e insegnante devono lavorare in armonia e fiducia

Il più possibile si deve passare attraverso l'esperienza





...grado di soddisfazione relativo alla comprensione dei concetti visti questa mattina? 13:08

Marioara
10/10😂 13:10

Giada Acosta Alondra
9/10 13:11

Gaia Faustinelli
9/10 13:11

Toni Scuola
90% 13:09

Nicole Vaira
8/10 13:10

Stefano Bellissimo Favoloso Bonù
Ah se facciamo geometria starò poi a casa tutti i mercoledi 13:27

Giorgia Secula
Ma va e stra bello per la prima volta ho capito qualcosa oggi 13:28

Bel metodo sta volta profe👍 13:28

VERIFICHE

!
Signora!, posso chiedere una cosa?
Ci sono alcune cose in questo test di matematica che non capisco!
Tutti quei numeri!

Utilizzare prevalentemente verifiche programmate

Errori frequenti

Verifiche scritte in modo chiaro e con caratteri più grandi

Non vuol dire foglio A3

Verifiche ridotte

Non vuol dire barrare esercizi

Verifiche ridotte e con strumenti

Non vuol dire "ti ho già aiutato"

Come si posso valutare gli apprendimenti del gruppo classe?

<u>**La valutazione non passa solo attraverso la verifica scritta**</u>

-Il lavoro di gruppo è un ottimo strumento per verificare l'appreso e l'abilità esecutiva di ogni studente: l'insegnante deve solo osservare

-Fornire allo studente qualche tempo prima della verifica scritta un fax-simile della prova che dovrà sostenere in autonomia serve sicuramente ad abbassare l'ansia da prestazione

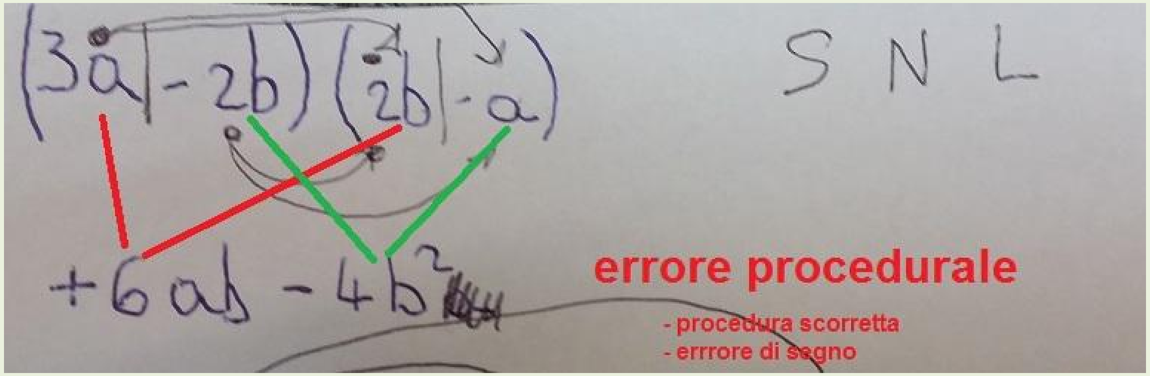
-Test on-line assegnati a casa possono essere un'occasione di valutazione…..quanto meno costringono lo studente anche più svogliato ad aprire i libri!

-Ogni momento di lavoro è un'occasione per il docente per verificare come e quanto lo studente sta lavorando

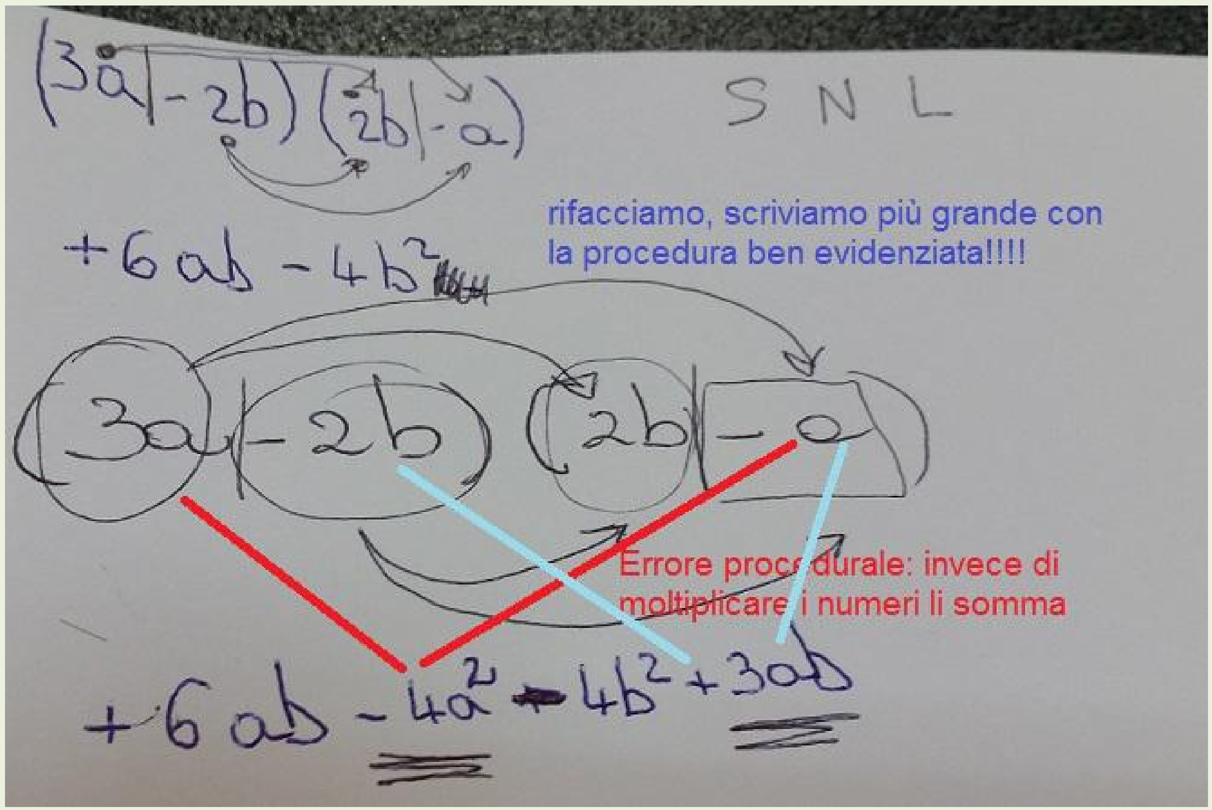
L’ERRORE!!!

Per aiutare un alunno in difficoltà occorre imparare a capirne gli ERRORI: questi non vanno “contati” ma “interpretati”

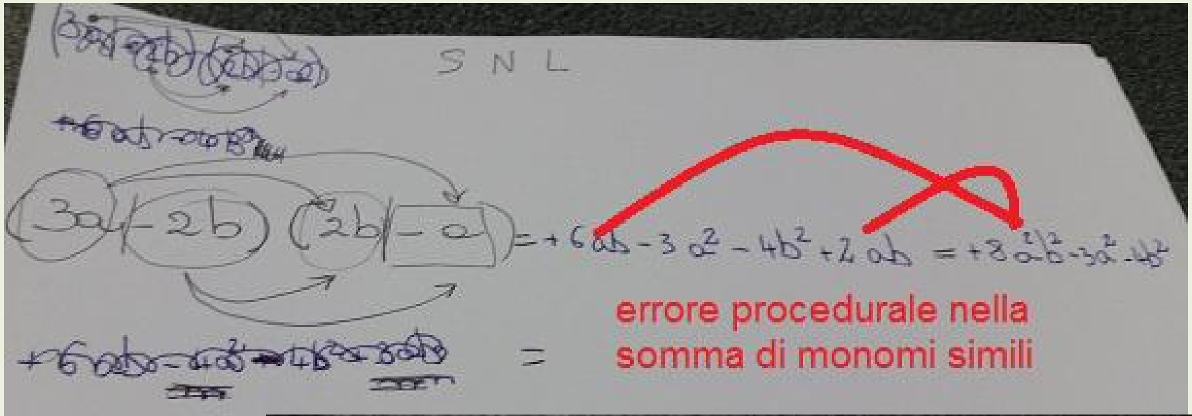
- Non calcolare gli **errori di calcolo**
- Non calcolare gli **errori di trascrizione**
- Non correggere e non calcolare gli **errori ortografici**
- Non calcolare il **tempo** impiegato
- Tener conto del punto di partenza e dei risultati conseguiti
- Premiare i progressi e gli sforzi
- Comprendere ma anzitutto <u>far comprendere</u> l’errore

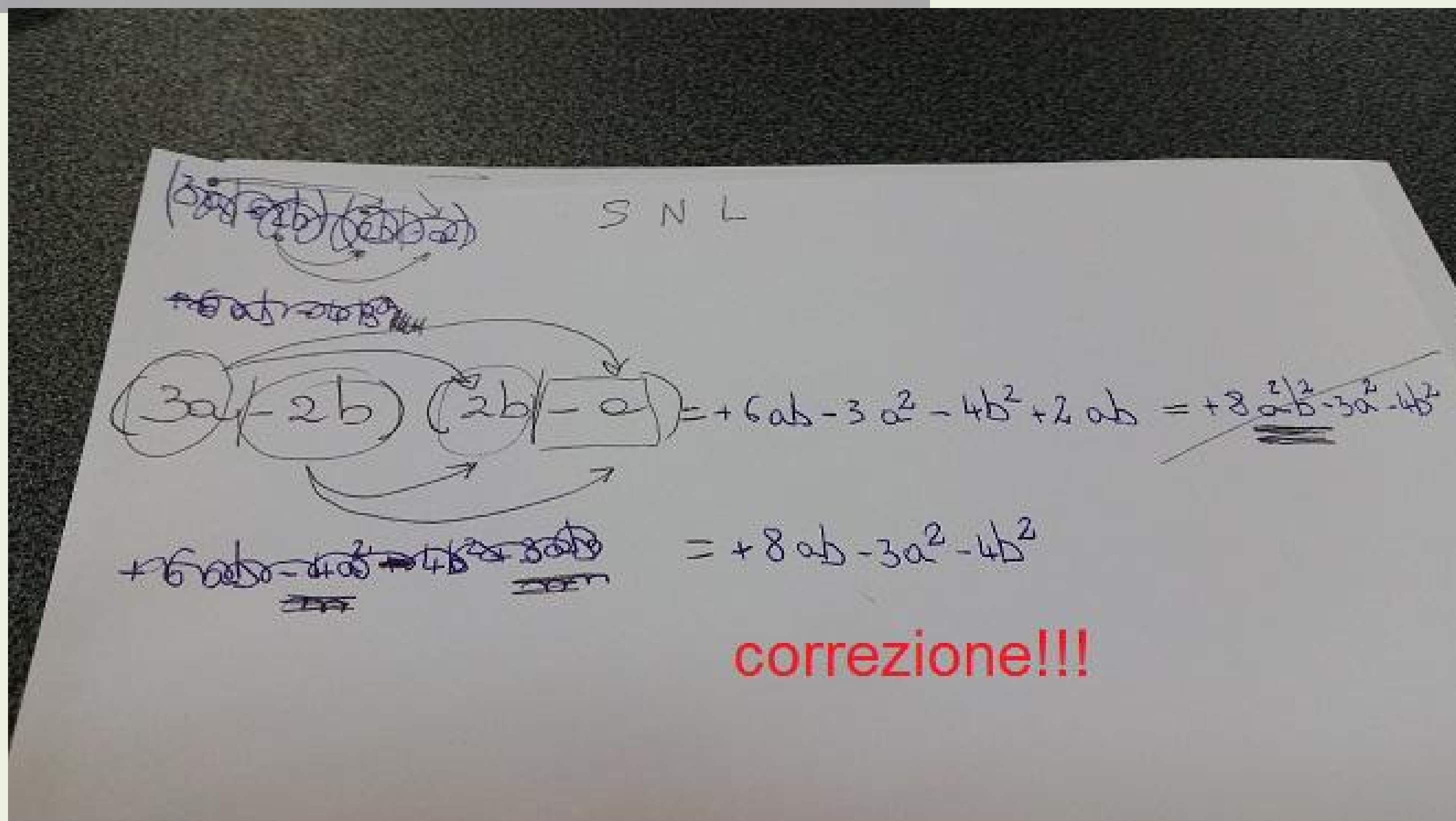


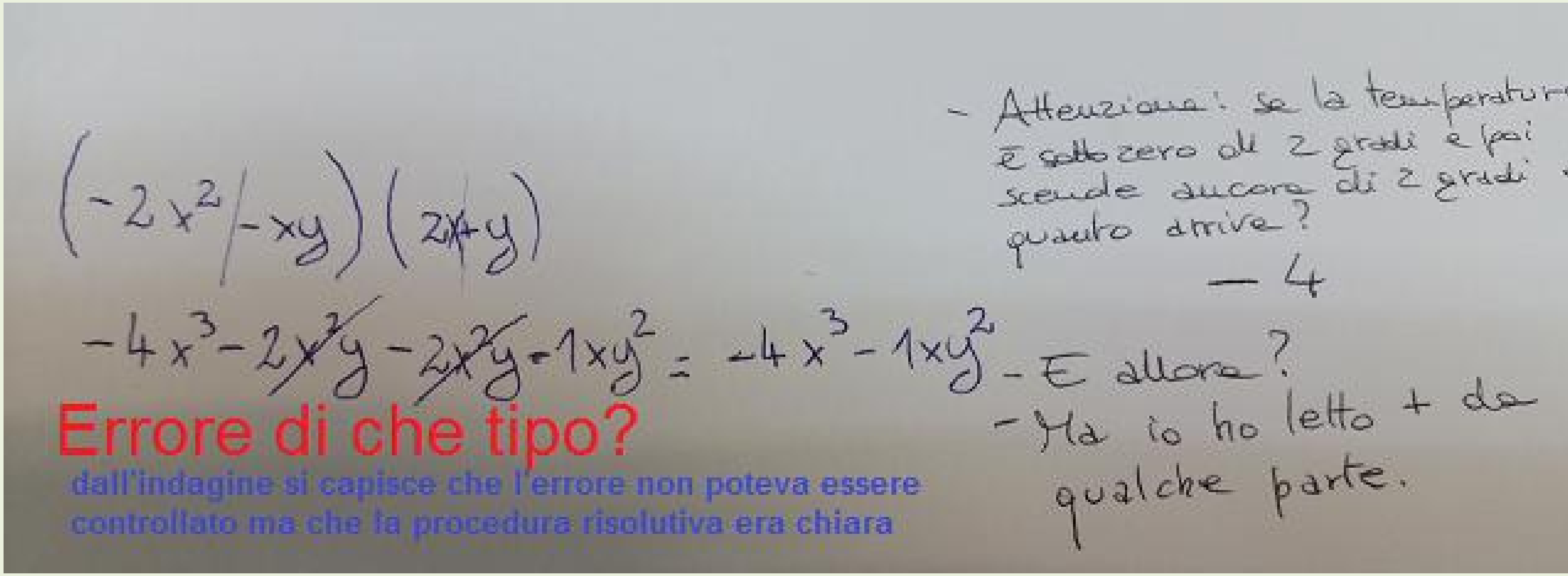
S N L
errore procedurale
- procedura scorretta
- errrore di segno



S N L
rifacciamo, scriviamo più grande con
la procedura ben evidenziata!!!!
Errore procedurale: invece di
moltiplicare i numeri li somma


S N L
(3a - 2b)(2b - a) = +6ab - 3a² - 4b² + 2ab = +8a²b² - 3a² - 4b²
errore procedurale nella
somma di monomi simili


S N L
(3a - 2b)(2b - a) = +6ab - 3a² - 4b² + 2ab = +8a²b² - 3a² - 4b²
= +8ab - 3a² - 4b²
correzione!!!


(-2x²|-xy)(2x+y)
-4x³-2x²y-2x²y-1xy² = -4x³-1xy²
Errore di che tipo?
dall'indagine si capisce che l'errore non poteva essere
controllato ma che la procedura risolutiva era chiara
- Attenzione: se la temperatura
è sotto zero di 2 gradi e poi
scende ancora di 2 gradi a
quanto arriva?
-4
- E allora?
- Ma io ho letto + da
qualche parte.


IMPARO COSI' BENE
DAI MIEI ERRORI...
CHE OGNI
GIORNO
MI RIESCONO
MEGLIO!

LA VALUTAZIONE

Di rado i risultati prodotti dagli alunni corrispondono alle attese …

La valutazione personalizzata e consapevole si chiede:

Perché l'alunno ha operato queste scelte procedurali per rispondere alla consegna?

Quale processo di pensiero lo ha guidato?

Quale voto dà ragione dello sforzo profuso?

Una valutazione che tenesse conto del solo punteggio complessivo, non collocherebbe i profili di discalculia, i processi di pensiero e i perché delle scelte effettuate.
Solo i perché, anche se sono scomodi, possono connotare la valutazione di significati e fornire indicazioni utili per una didattica su misura, realmente individualizzata.

ASSOCIAZIONE
ITALIANA
DISLESSIA


Grazie